

数学与统计学院 数学与应用数学专业（含云亭班）

专业平台任选课程教学大纲

数学与统计学院数学与应用数学专业（含云亭班）专业平台任选课程包括以下 17 门课程：高等几何、VF 程序设计、计算方法、数学建模、图论、模糊数学、随机过程、数学实验、抽象代数、分析选讲、代数选讲、数学史、生物数学、常微分方程 II、测度论、数学物理方程、统计与预测。

高等几何

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业（含云亭班）专业平台任选课程之一，第 4 学期开设，周 3 学时。

高等几何是师范系统数学专业重要的基础课之一，它与初等几何、解析几何、高等代数等课程有紧密的联系；它对未来中学数学教师在几何方面基础的培养、观点的提高、思维的灵活、方法的多样起着重要作用，从而大大有助于中学数学教学质量的提高和科研能力的培养

教学目的：本课程与其它基础学科无论在横向和纵向上都有着密切的联系，尤其是它与中学数学各科有直接的指导作用。掌握了高等几何的理论和方法，在分析问题的逻辑性，认识问题的深入性和解决问题方法的简捷多样性等方面都会有很大提高，使中学数学教师能居高临下深入掌握中学数学内容，具备应有的水平和素质。

教学内容：本课程重点介绍一维和二维射影几何和仿射几何的基本内容。使学生对射影几何和仿射几何有初步、直观、具体的认识，在他们进一步学习抽象的高维射影几何和仿射几何理论时，脑子里有具体的模型。

教学时数：54 学时。

教学方法：课堂讲授。

二、大纲正文

第一章 仿射坐标和仿射变换

教学要点：仿射坐标系；仿射变换及其代数表示；仿射不变量和不变性质。

教学时数：8 学时。

教学内容：

§ 1.1 透视仿射对应 (2 学时)：透视仿射对应的定义与性质；仿射比。

§ 1.2 仿射对应与仿射变换 (2 学时)：仿射对应；仿射变换及性质。

§ 1.3 仿射坐标 (2 学时)：仿射坐标系、仿射变换的代数表示，几种特殊的仿射变换。

§ 1.4 仿射性质(2 学时)：用仿射变换的代数表示研究仿射不变性和不变量。

考核要求：本章是作为从欧氏几何到射影几何的过渡为以后学习射影几何作好准备。

第二章 射影平面

教学要点：中心射影与无穷远元素；Desargues 透视定理；齐次坐标与线坐标；对偶原则；复元素。

教学时数：12 学时。

教学内容：

§ 2.1 射影平面 (4 学时)：欧氏平面的拓广，中心射影的概念，无穷远元素的引入及其性质，图形的射影性质（理解），Desargues 透视定理及其应用。

§ 2.2 齐次坐标 (4 学时)：齐次点坐标、齐次线坐标，点线结合性命题。

§ 2.3 对偶原理 (2 学时)：射影平面上的对偶命题、对偶图形、对偶原理。

§ 2.4 复元素 (2 学时)：二维空间的复元素；二维共轭复元素。

考核要求：理解拓广欧氏平面的必要性，掌握射影平面仿射平面的概念及与欧氏平面的区别和联系。掌握直线的坐标和点方程的概念，并会利用它们解决图形的有关问题。掌握射影平面上的对偶原则，对偶命题和对偶图形。熟悉 Desargues 透视定理，且运用其证明初等几何的有关命题。

第三章 射影变换与射影坐标

教学要点：交比与调和比；完全四点形和完全四线形的调和性；一维基本形的射影对应；一维射影变换；一维基本形的对合，二维射影变换；射影坐标。

教学时数：12 学时。

教学内容：

§ 3.1 交比与调和比 (4 学时): 共线四点和共点四线交比的定义, 性质和求法; 调和比、完全四点形和完全四线形的调和性质。

§ 3.2 一维射影变换 (4 学时): 一维基本形的透视对应, 射影对应射影变换。

§ 3.3 一维射影坐标 (2 学时)。

§ 3.4 二维射影变换与二维射影坐标 (2 学时): 二维射影对应、坐标及二维射影对应的坐标表示。

考核要求: 交比是基本的射影不变量, 其定义、性质、求法及其特殊情况, 调和比都应熟练掌握, 并能举例说交比在解决一些初等几何中的作用。应用射影对应成为透视的条件, 可以证明初等几何的一些有关问题, 对此应予充分注意, 以体现用射影几何的观点解决这些问题的优越性。应注意掌握初等几何里, 常见的变换与射影变换的关系。

第四章 变换群与几何学

教学要点: 射影变换群; 仿射变换群, 正交变换群; 相似变换群。

教学时数: 4 学时。

教学内容:

§ 4.1 变换群 (2 学时): 变换群: 平面上几个重要的变换群。

§ 4.2 变换群与几何学 (2 学时): 克莱因(F. Klein)的变换群观点、射影、仿射和欧氏三种几何学的比较。

考核要求: 掌握变换群的概念。理解几何学的群论观点。明确射影几何、仿射几何、欧氏几何三种几何学的关系及其各自研究的对象, 提高对中学几何内容的认识。

第五章 二次曲线的射影理论

教学要点: 二次曲线的射影定义; Pascal 和 Brianchou 定理; 射影分类。

教学时数: 8 学时。

教学内容:

§ 5.1 二次曲线的射影定义 (2 学时): 二次曲线的射影定义、二阶曲线与二级曲线的关系。

§ 5.2 Pascal 和 Brianchou 定理 (2 学时); 定理的内容及证明。

§ 5.3 极点和极线, 配极原则 (2 学时): 二阶曲线的极点与极线的定义、求

法、配极原则及其应用、二阶曲线的切线。

§ 5.4 二阶曲线的射影分类 (2 学时): 二阶曲线的奇异点、射影分类。

考核要求: 掌握二阶曲线和二级曲线的定义及其关系。掌握巴斯加定理和布利安桑定理及其特殊情况, 并会利用其解决二次曲线的有关证明问题和作图问题。掌握极点、极线的定义及其性质, 会求一点关于二阶曲线的极线方程和一直线关于曲线的极点坐标。理解二次曲线的射影分类, 了解射影分类与变量分类的主要异同, 从而加深对二次曲线射影性质的认识。

第六章 二次曲线的仿射性质和度量性质

教学要点: 中心、直径、渐近线; 仿射分类; 度量性质; 度量分类。

教学时数: 10 学时。

教学内容:

§ 6.1 二次曲线与无穷远直线的相关位置 (1 学时)。

§ 6.2 二次曲线的仿射性质 (3 学时): 二次曲线中心的定义和求法, 直径与共轭直径的定义和求法, 二直径成共轭的条件, 渐近线。

§ 6.3 二次曲线的仿射分类 (2 学时)。

§ 6.4 二次曲线的度量性质 (2 学时): 圆点和迷向直线, 拉格尔定理, 二次曲线的主轴、焦点和准线。

§ 6.5 二次曲线的度量分类 (2 学时)。

考核要求: 理解仿射变换与射影变换的区别和联系。掌握二次曲线的仿射性质。了解仿射分类与射影分类的区别。理解二次曲线的度量性、不变量及其度量分类。

三、参考书目

[1] 朱德祥,《高等几何》, 高等教育出版社, 1994。

[2] 刘增贤等,《高等几何学习指南》, 高等教育出版社, 2008。

VF 程序设计

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第4学期开设，周2+2学时。

本课程以 Visual FoxPro9.0 为基础，讲解了 VFP 9.0 的界面组成、基本语言成分与操作、辅助开发工具的使用、面向对象的程序设计思想与方法、及应用系统的开发过程。学生通过本课程的学习，能比较系统地掌握关系数据库的基本概念、基本理论和基础知识，能够具备初步的可视化程序设计能力了解可视化编程技巧及技术，能进一步深入自学 Visual FoxPro 编程，能结合数据库的操作管理功能进行小型应用系统的开发，实现信息管理与信息查询，为后续课程学习奠定基础。学习本课程之前，要求已修完《计算机文化基础》相关知识。

教学目的：掌握数据库的基本操作并能使用一种数据库语言进行程序设计，初步学会结合自己的实际，分析和设计一些数据库及简单的系统，并能对其进行管理和维护。

教学内容：VF 的开发环境与设计工具；VF 的各种数据类型及运算；SQL 结构化查询语言；面向对象的程序设计的基本概念和常用控件的使用、界面设计；结构化程序控制的三种基本结构，子程序、自定义函数设计与参数传递的方法；VF 的菜单设计；报表的基本概念及其操作。

教学时数：72 学时（36 学时理论+36 学时上机实践）

教学方式：讲授法与演示法结合，同时注重基本理论与实践的密切结合。

二、大纲正文（包括理论和实验两部分）

理论部分

第 1 章 数据库系统概述

教学要点：数据库系统的特点；掌握数据库管理系统的基本功能；数据库系统的特点数据模型的基本概念，数据模型的概念，数据库系统的特点，数据库、数据库系统、数据库管理系统的概念及相互之间的联系与区别。

教学时数：2 学时。

教学内容：

§ 1.1 数据库基础知识（1学时）：数据库管理系统的发展、特点、基本模型；数据库、数据库管理系统数据库系统、表等基本概念以及数据模型。

§ 1.2 关系数据库与数据库设计基础（1学时）：关系型数据库的运算；数据库设计步骤和设计过程。

考核要求：重点掌握数据库系统的特点数据模型的基本概念，数据库、数据库系统、数据库管理系统的概念及相互之间的联系与区别。

第 2 章 VF 系统初步

教学要点：VF 的安装过程与启动方法，项目管理器、向导、设计器、生成器的功能；项目管理器、向导、设计器、生成器的工作原理与过程；VF 数据库程序设计语言集成开发环境的基本结构与基本操作；掌握项目管管理器的基本操作，VF 的工作方式。

教学时数：2 学时

教学内容：

§ 2.1 VF 的安装与启动与用户界面（1学时）：VF 的安装过程与启动方法，VF 的用户界面。

§ 2.2 项目管理器（1学时）：项目管理器功能；项目管管理器的基本操作，VF 的工作方法；VF 向导、设计器、生成器的功能及其工作原理与过程。

考核要求：重点掌握 VF 的命令格式、VF 的工作方式及应用。

第 3 章 表的基本操作

教学要点：数据类型的概念（特别是备注及通用型）及 VFP 所涉及的数据类型；内存变量与字段变量的概念；常量及变量的涵义；文件类型的概念。数据表的建立与修改和表数据输入方法；不同运算符对数据类型的要求；表达式的基本概念并能按题意书写正确的表达式；各种函数的正确使用方法；VFP 命令的常用子句；数据表和记录的维护命令。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 3.1 常量、变量、表达式（2学时）：常量、变量的概念；变量的作用域；变量的定义；表达式的概念；运算符优先级，表达式的书写、运算。

§ 3.2 常用函数 (2 学时): 函数的概念; 常用函数的格式与功能。

§ 3.3 表的基本操作 (2 学时): 设计表结构的方法和原则; 数据类型的概念 (特别是备注及通用型) 及 VF 所涉及的数据类型; 内存变量与字段变量的概念; 常量及变量的涵义; 文件类型的概念。数据表的建立与修改和表数据输入方法; 变量赋值方法、数据格式要求及保存变量文件的方法; 不同运算符对数据类型的要求; 表达式的基本概念并能按题意书写正确的表达式; 各种函数的正确使用方法; VF 命令的常用子句; 数据表和记录的维护命令。

考核要求: 重点掌握数据类型及其运算; 函数、数据表的维护命令; 运算符与表达式的使用; 数据表维护命令的正确使用。

第 4 章 查询与统计

教学要点: 排序与索引的基本概念; 不同索引的概念及为数据表建立不同索引的方法。查询的意义; 查询命令的使用。建立表关联的方法; 掌握单表查询及多工作区查询的方法。各种统计命令的使用方法。SELECT—SQL 查询语言的使用; 掌握用查询设计器建立查询的方法。查询与视图的区别; 视图设计器的使用方法; 用视图更新数据源的方法;

教学时数: 6 学时。

教学内容:

§ 4.1 SQL 概述 (1 学时): SQL 语言的内容与功能; SQL 在计算机数据处理领域的重要地位, 在 VF 中的引用方法。

§ 4.2 查询功能 (1 学时): SQL 的查询操作。

§ 4.3 操作功能 (1 学时): SQL 的插入、更新、删除操作。

§ 4.4 定义功能 (1 学时): SQL 表的定义、维护等操作。

§ 4.5 视图 (1 学时): 视图的基本概念; 视图设计器的操作, 利用向导和设计器建立。

§ 4.6 排序、索引与统计 (1 学时): 排序的操作、索引操作及其统计的不同方法。

考核要求: 重点理解数据表的排序、索引、查询和统计; 数据库表与自由表的区别; 数据库表的基本操作及其数据完整性; 触发器的概念与应用, 查询设计器的使用, SELECT—SQL 查询。

第5章 程序设计初步

教学要点：算法和结构化程序设计的概念；程序的建立与执行方法；程序文件中的专用命令。程序的三种控制结构和特点；子程序、过程和自定义函数的定义及应用；变量作用域的概念及应用；过程与自定义函数的参数传递方式及应用；排除程序中错误的方法与技巧，程序调试的基本方法与步骤。窗口命令与函数的使用；信息对话框函数的使用方法。

教学时数：8 学时。

教学内容：

§ 5.1 程序与程序文件（1 学时）：程序基本概念；程序的建立、修改操作。

§ 5.2 程序的基本结构（2 学时）：程序的基本结构，掌握三种结构化程序的执行过程。

§ 5.3 多模块程序（3 学时）：模块、参数传递等基本概念；多模块程序的调用方法，函数与过程的参数调用方法。

§ 5.4 程序调试（2 学时）：程序的调试方法。

考核要求：重点掌握程序与命令的区别、程序文件的建立与运行，程序的三种基本结构及特点；子程序、过程和函数的概念与作用；参数传递、变量的作用域；程序调试的基本方法与步骤；排除程序中错误（尤其是逻辑错误）的方法与技巧；多个程序模块的组合方法。

第6章 菜单设计

教学要点：菜单设计器的使用；菜单的设计和生成、运行；应用程序中菜单的使用；快捷菜单的设计方法。

教学时数：4 学时。

教学内容：

§ 6.1 VF 系统菜单（1 学时）：VF 系统菜单的概念与作用。

§ 6.2 下拉式菜单设计（2 学时）：下拉式菜单定义的基本方法，菜单设计器的基本操作，菜单事件的编程过程。

§ 6.3 快捷菜单设计（1 学时）：快捷菜单定义的基本方法，菜单设计器的基本操作，菜单事件的编程过程。

考核要求：理解菜单在应用系统中的作用，菜单设计器的工作原理；掌握菜

单定义的基本方法，菜单设计器的基本操作，菜单事件的编程过程。

第7章 报表设计

教学要点：数据库报表的基本结构；理解报表设计器的工作原理；掌握报表创建方法，报表设计器的基本操作，报表的设计过程，报表控件的使用方法，数据分组和多栏报表的创建方法；

教学时数：5 学时。

教学内容：

§ 7.1 创建报表（1 学时）：数据库报表的基本结构；报表创建方法。

§ 7.2 设计报表（2 学时）：报表设计器的基本操作，报表的设计过程，报表控件的使用方法。

§ 7.3 数据分组和多栏报表（2 学时）：数据分组和多栏报表的创建方法。

考核要求：掌握报表设计器的基本操作，报表的设计过程，报表控件的使用方法，报表的维护与调用方法。

第8章 系统开发实例

教学要点：应用系统开发的步骤和方法；应用系统的具体设计和实现；应用系统开发的简单实例。

教学时数：3 学时。

教学内容：

§ 8.1 应用项目综合实践（2 学时）：数据库应用程序的设计过程；数据库应用软件的设计与开发过程。

§ 8.2 应用程序生成器（1 学时）：应用程序生成器。

考核要求：掌握应用系统开发的方法、集成与调试，应用程序的设计、构造及使用

实验部分

基本要求：熟悉数据库系统的基础知识，学会面向对象程序设计的方法与程序的调试，设计小型应用系统。

项目总表：其中 9 个实验项目全为必做。

实验内容：

序号	实验项目名称	学时数	项目类别	项目类型
1	数据表结构的建立与修改	2	基础	必做
2	数据表的基本操作	4	基础	必做
3	索引和排序	2	基础	必做
4	查询与统计	4	基础	必做
5	函数的使用	2	基础	必做
6	程序设计	8	设计	必做
7	菜单设计	6	设计	必做
8	报表设计	6	设计	必做
9	综合设计	2	设计	必做

1. 数据表结构的建立与修改（2学时）

实验内容：VF 系统环境、用户界面和工作方法

实验目的：了解 VF 系统的使用方法，掌握库、表、表单的建立与修改法。

实验要求：事先准备好至少两个待创建的表单并熟悉操作命令。

2. 数据表基本操作（4学时）

实验内容：数据表和记录的维护命令。

实验目的：数据表中数据的输入、修改、删除、插入等命令。

实验要求：事先熟悉所做的操作命令。

3. 索引和排序（2学时）

实验内容：排序的操作、索引操作。

实验目的：掌握对数据表进行排序、索引。

实验要求：事先准备好所需要的数据库和相应的操作命令。

4. 查询与统计（4学时）

实验内容：查询的操作、统计的操作。

实验目的：掌握对已有表的各类查询和统计方法，多工作区操作。

实验要求：事先准备好所需要的数据库和相应的操作命令。

5. 函数（2学时）

实验内容：VF中的常用函数。

实验目的：熟悉VF中常用函数的基本格式和相应表达式计算。

实验要求：事先准备好所要所需操作的各类函数以备验证。

6. 程序设计（8学时）

实验内容：VF中的程序结构。

实验目的：熟悉VF中程序设计的基本方法和结构，多模块程序的调用方法，函数与过程的参数调用方法。

实验要求：事先编写好各类程序以备调试、验证。

7. 菜单设计（6学时）

实验内容：菜单设计器；下拉式菜单定义的基本方法。

实验目的：熟悉VF中菜单设计器的工作原理；掌握下拉式菜单定义的基本方法，菜单设计器的基本操作，菜单事件的编程过程。

实验要求：事先编写好下拉式菜单的程序以备调试、验证。

8. 报表设计（6学时）

实验内容：报表设计器，报表的设计。

实验目的：熟悉VF报表设计器的基本操作，报表的设计过程，报表控件的使用方法。

实验要求：事先准备好相关联的多个数据表。

9. 综合设计（2学时）

实验内容：综合程序设计。

实验目的：掌握VF中库、表的创建，熟悉VF功能综合应用，数据的综合管理，应用程序的设计过程，数据的输入、查询、统计等功能。

实验要求：设计一个小型的应用程序，题目自定，完成数据管理维护等多方面功能。

三、参考书目

[1] 何振林, 赵亮编. Visual FoxPro 程序设计教程（第二版）, 水利水电出版社, 2015年。

- [2] 刘锦萍主编. Visual FoxPro 程序设计教程, 清华大学出版社, 2015 年。
- [3] 郭元辉, 李军, 程国忠主编. Visual FoxPro 程序设计教程, 科学出版社, 2010 年。
- [4] 杨兴凯等. Visual FoxPro 程序设计教程, 电子工业出版社, 2012 年。

计算方法

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第5学期开设，周3学时。

计算方法作为计算数学的一个重要分支，它是数学科学与计算机技术结合的一门应用性很强的数学课程，也是科学计算的基础。它以各类数学问题的数值解法作为研究对象，并结合现代计算机科学与技术为解决科学与工程中遇到的各类数学问题提供基本的算法。通过本课程的学习，要求学生正确理解计算方法所涉及的基本概念，掌握利用计算机进行科学计算和工程计算的基本思想和基本方法，培养学生的数学建模能力、程序设计能力，以及数值分析能力，为后续的相关专业课打好理论基础和方法基础。

教学目的：通过本课程的学习，要使学生具有现代数学的观点和方法，并初步掌握处理计算机常用数值分析的构造思想和计算方法。同时，也要培养学生抽象思维和缜密概括的能力，使学生具有良好的开拓专业理论的素质和使用所学知识分析和解决实际问题的能力。

教学内容：分6部分。绪论（误差分析）；插值法；函数的逼近与计算；数值积分与数值微分；常微分方程数值解法；方程求根。

教学时数：54学时。

教学方法：本课程教学以课堂讲授为主，着重讲授算法建立的数学背景、原理和基本线索。每章在介绍各种数值方法正确使用的时候，还要从各种算法的理论分析中学习推理和证明的方法以提高学生的推理和证明的能力。要能对一些算法做误差分析，能应用所讲的各种算法在计算机上解决不同的实际问题，使学生建立起自觉使用所学数值方法到本专业中的意识。

二、大纲正文

第一章 绪论

教学要点：通过生动的例子强调误差分析的重要性。

教学时数：2学时。

教学内容：数值计算方法的研究对象和任务及算法的概念（1学时）。误差

知识 (1 学时)。

考核要求: 了解计算方法的主要误差; 理解有效数字的概念; 掌握误差限与有效数字的关系; 重点是误差, 要掌握误差限与有效数字的关系。

第二章 插值法

教学要点: Lagrange 插值法、Newton 插值公式、等距节点 Newton 插值公式、分段低次插值公式、三次样条插值方法。

教学时数: 8 学时。

教学内容:

§ 2.1 拉格朗日插值多项式 (1 学时)。

§ 2.2 牛顿插值多项式 (2 学时)。

§ 2.3 等距结点插值公式, 差分、牛顿前 (后) 插值多项式 (2 学时)。

§ 2.4 分段低次插值与三次样条插值 (3 学时)。

考核要求: 知道插值多项式的唯一性; 理解并熟练掌握基函数与拉格朗日插值公式、均差 (差商) 与牛顿插值公式、埃特金逐次线性插值公式及它们的优缺点; 掌握分段线性插值; 了解埃尔米特插值和样条插值。重点是拉格朗日插值公式、均差 (差商) 与牛顿插值公式。

第三章 函数逼近与计算

教学要点: 最佳一致逼近多项式与最佳平方逼近多项式, 正交多项式的构造方法, 曲线拟合和最小二乘法在处理数据中的应用。

教学时数: 12 学时。

教学内容:

§ 3.1 引言及预备知识 (1 学时)。

§ 3.2 连续函数空间。最佳一致逼近多项式 (3 学时): 最佳一致逼近多项式的概念、切比雪夫定理的证明、最佳一致逼近多项式的计算。

§ 3.3 正交多项式 (4 学时): 正交多项式的构造方法, 归纳法的思想。

§ 3.4 最小二乘方法 (4 学时): 介绍最小二乘法的意义及运用技巧。

考核要求: 准确理解正交多项式的构造方法及最小二乘方法; 并熟练掌握最小二乘法在处理实际数据中的应用。

第四章 数值积分与数值微分

教学要点：插值型求积思想、牛顿-科特斯公式、复合求积公式的构造及误差的推导、高斯公式、数值微分的技巧。

教学时数：12 学时。

教学内容：

§ 4.1 引言 (2 学时)：数值求积的基本思想与代数精度的概念，插值性求积公式。

§ 4.2 牛顿-科特斯公式 (3 学时)：科特斯系数、几种低阶求积公式余项及复化求积公式和其收敛性。

§ 4.3 龙贝格算法 (2 学时)：传授龙贝格算法的意义及发展历史。

§ 4.4 高斯公式 (3 学时)：介绍高斯公式中高斯点的概念及引入，高斯公式的余项公式、稳定性。

§ 4.5 数值微分 (2 学时)：介绍数值微分的方法。

考核要求：准确理解数值积分的思想；并熟练掌握求积公式的构造思想；能够推广求积公式。

第五章 常微分方程数值解法

教学要点：Euler 公式、龙格库塔方法、单步法的收敛性及稳定性、线性多步法、边值问题的数值解法。

教学时数：12 学时。

教学内容：

§ 5.1 Euler 方法 (2 学时)：显式 Euler 方法、后退 Euler 方法、改进 Euler 方法、两步 Euler 方法、预测校正格式。

§ 5.2 龙格库塔方法 (4 学时)：Taylor 级数法、龙格库塔方法的思想、二阶及三阶龙格库塔方法的推导。

§ 5.3 单步法的收敛性及稳定性(1 学时)：收敛性及稳定性证明的基本技巧。

§ 5.4 线性多步法 (3 学时)：基于数值积分的构造方法、基于 Taylor 级数的构造方法。

§ 5.5 边值问题的数值解法 (2 学时)：试射法、差分方程的建立、差分方程的求解。

考核要求：熟练掌握 Euler 方法及龙格库塔方法、差分格式的设计，了解线

性多步方法的构造思想。

第六章 方程求根

教学要点： 根的搜索及二分法、迭代方法的构造、牛顿法、弦截法和抛物线法。

教学时数： 8 学时。

教学内容：

§ 6.1 根的搜索及二分法 (2 学时)。

§ 6.2 迭代法 (2 学时)。

§ 6.3 牛顿法 (2 学时)。

§ 6.4 弦截法及抛物线法 (2 学时)。

考核要求： 掌握迭代方法在近似求解过程的作用并会设计迭代方法。

三、参考书目

- [1] 李庆扬、王能超、易大义编,数值分析,华中科技大学出版社,2006。
- [2] 姜健飞、胡良剑、唐俭编,数值分析及其 MATLAB 实验,科学出版社,2004。
- [3] 王能超编,数值分析简明教程,高教出版社,2003。
- [4] 高培旺著,计算方法典型例题与习题,国防科技大学出版社,2003。
- [5] 袁慰平、孙志忠等,计算方法与实习,东南大学出版社,2000。
- [6] 王世儒、冯有前等编,计算方法,西安电子科技大学出版社,2005。
- [7] 李贵成编,计算方法,电子工业出版社,2005。
- [8] 郑慧娆、陈绍林、莫忠息、黄象鼎,数值计算方法,武汉大学出版社,2002。
- [9] David Kincaid & Ward Cheney, Numerical Analysis: Mathematics of Scientific Computing (Third Edition),数值分析(第3版影印版),机械工业出版社,2005。
- [10] Richard L. Burden & J. Douglas Faires, Numerical Analysis (Seventh Edition),数值分析(第七版影印版),高等教育出版社,2005。

数学建模

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第5学期开设，周3学时。

随着科学技术和计算机的迅速发展，数学向各个领域的广泛渗透已日趋明显，数学不仅在传统的物理学、电子学和工程技术领域继续发挥着重要的作用，而且在经济、人文、体育等社会科学领域也成为必不可少的解决问题工具。“数学建模”课是培养学生在实际问题中的数学应用意识、训练学生把科技、社会等领域中的实际问题按照既定的目标归结为数学形式，以便于用数学方法求解得出更深刻的规律和属性，提高学生数学建模素质的一门数学应用类课程。因此，设立数学建模课程的意义在于：提高学生的数学素质和应用数学知识解决实际问题的能力，大力培养应用型人才。本课程是沟通实际问题与数学工具之间联系的必不可少的桥梁。是一门充分应用其它各数学分支的应用类课程，其主要任务不是“学数学”，而是学着“用数学”，是为培养善于运用数学知识建立实际问题的数学模型，从而善于解决实际问题的应用型数学人材服务的。通过本课程的学习，使学生较为系统的获得利用数学工具建立数学模型的基本知识、基本技能与常用技巧，培养学生的抽象概括问题的能力，用数学方法和思想进行综合应用与分析问题的能力，并着力导引实践—理论—实践的认识过程，培养学生辩证唯物主义的世界观。

教学目的：通过本课程的学习，使学生了解数学建模是利用数学知识构造刻画客观事物原型的数学模型，利用计算机解决实际问题的一种科学方法。掌握数学建模的基本步骤，即从实际问题出发，遵循“实践——认识——实践”的辩证唯物主义认识规律，紧紧围绕建模的目的，运用观察力、想象力和逻辑思维，对实际问题进行抽象、简化、反复探索、逐步完善，直到构造出一个能够用于分析、研究和解决实际问题的数学模型。会利用数学知识和计算机解决问题，并能够撰写符合要求的数学建模论文。

教学内容：初等数学方法建模；微分法建模；微分方程建模；差分方程建模；层次分析法建模；概率方法建模。

教学时数：54学时。

教学方法：课堂启发式教学。

二、大纲正文

第一章 初等数学方法建模

教学要点：初等数学建模的一般方法和步骤，几个重要的初等数学模型。

教学时数：8 学时。

教学内容：

§ 1.1 初等数学建模的一般方法（4 学时）：初等数学建模的一般方法；初等数学建模的步骤。

§ 1.2 初等数学建模实例（4 学时）：公平的席位分配；传染病的随机感染。

考核要求：要求学生掌握初等数学建模的一般方法和步骤，了解一些重要的初等数学模型。

第二章 微分法建模

教学要点：微分法建模的一般方法和步骤，微分法建模举例。

教学时数：8 学时。

教学内容：

§ 2.1 微分法建模的一般方法和步骤（4 学时）：微分法建模的一般方法；微分法建模的步骤。

§ 2.2 微分法建模举例（4 学时）：森林救火；消费者的选择；血管分支。

考核要求：掌握微分法建模的一般方法和步骤，会用微分法建立一些简单的数学模型。

第三章 微分方程建模

教学要点：微分方程建模的一般方法和步骤，微分方程建模举例。

教学时数：10 学时。

教学内容：

§ 3.1 微分方程建模的一般方法和步骤（2 学时）：微分方程建模的一般方法；微分方程建模的步骤。

§ 3.2 微分方程建模举例（8 学时）：传染病模型；经济增长模型；战争模型；人口增长模型。

考核要求：掌握微分方程建模的一般方法和步骤，会建立一些简单的微分方程模型。

第四章 差分方程建模

教学要点：差分方程的基本概念及其解法、差分方程建模的一般方法和步骤，差分方程建模举例。

教学时数：10 学时。

教学内容：

§ 4.1 差分方程（2 学时）：差分方程的基本概念；差分方程的稳定性。

§ 4.2 差分方程建模的一般方法和步骤（4 学时）差分方程建模的一般方法；差分方程建模的步骤。

§ 4.3 差分方程建模举例（4 学时）：市场经济中的蛛网模型；差分形式的阻滞增长模型；人口的增长与控制模型。

考核要求：掌握差分方程建模的一般方法和步骤，会用差分方程方法建立一些简单的数学模型。

第五章 层次分析法建模

教学要点：层次分析法建模的一般方法、步骤、若干问题。

教学时数：8 学时。

教学内容：

§ 5.1 层次分析法建模的一般方法和步骤（4 学时）：层次分析法建模的一般方法；层次分析法建模的步骤。

§ 5.2 层次分析法建模中的若干问题（4 学时）：正互反阵最大特征根和对应特征向量的性质；正互反阵最大特征根和对应特征向量的算法。

考核要求：掌握层次分析法建模的一般方法和步骤，熟悉层次分析法建模中的几个重要问题。

第六章 概率方法建模

教学要点：概率方法建模举例。

教学时数：10 学时。

教学内容：

§ 6.1 概率建模方法举例 (4 学时): 随机存贮模型; 随机人口模型。

§ 6.2 马尔可夫链模型 (6 学时): 马尔可夫链简介; 马尔可夫链模型。

考核要求: 掌握概率建模的一般方法, 了解马尔可夫链的基本概念及一些重要的马氏链模型, 会建立一些简单的概率模型。

三、参考书目

[1] 姜启源, 《数学模型》, 高等教育出版社, 1993 年 8 月第二版。

[2] 白其峥, 《数学建模精品案例》, 东南大学出版社, 1999 年 6 月第一版。

图论

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第6学期开设，周3学时。

教学目的：通过图论的学习，使学生掌握运用图论中的结论、基本方法和许多算法解决实际问题的能力，比如进行大学生数学建模竞赛；使学生深刻地理解图论的有关基本概念和基本结论；使师范院校的学生能够利用图论的知识，在某些问题上，指导中学数学奥林匹克竞赛。

教学内容：图论主要讲述图的连通性、树、Euler环游、Hamilton圈、图的匹配、图的独立集等。

教学时数：54学时。

教学方法：课堂讲授。

二、大纲正文

第一章 基本概念

教学要点：要让学生掌握有关图的一些基本概念：图、简单图、有向图、顶点的度、图的度序列、正则图、子图、生成子图、导出子图、完全图、 m 部图、图的关联矩阵、邻接矩阵定义；理解一些主要结论：一个图的全体顶点的度之和等于该图的边数的二倍；一个非负整数序列是图的度序列的充分必要条件是：该非负整数序列的诸项之和是偶数；图的关联矩阵与邻接矩阵之间的关系等。

教学时数：10学时。

教学内容：

§ 1.1 图的定义 (2学时)：主要介绍图、端点、相邻、关联、环、多重边、简单图、有向图、基础图等诸多概念。

§ 1.2 顶点的度 (2学时)：主要介绍图的顶点的度、图的度序列、正则图；介绍一个图的全体顶点的度之和与图的边数之间的关系；介绍一个非负整数序列是图的度序列的充分必要条件。

§ 1.3 图与图的运算 (2学时)：主要介绍子图、生成子图、导出子图、基础简单图、补图等概念；给出两个图的联、并、交等三种运算。

§ 1.4 些特殊的图 (2 学时): 主要介绍一些特殊的图: 完全图、空图、 m 部图、等 m 部图、完全 m 部图、二分图; 给出简单图边数的一个仅依赖于顶点数的上界。

§ 1.5 的矩阵表示 (2 学时): 主要介绍图的关联矩阵、邻接矩阵的定义; 给出简单图的关联矩阵与邻接矩阵之间的关系。

考核要求: 要让学生识记并理解这一章的一些基本概念; 会利用一些主要结论解决很简单的图论问题。

第二章 图的连通性

教学要点: 要让学生掌握有关图的连通性的一些基本概念: 途径、迹、路、圈、连通图、连通分支、有向图的强连通、单向连通、(弱) 连通、点割、连通度、 k -连通、边割、边连通度、 k -边连通; 理解与图的连通性有关的一些重要结论; 会应用以下两个实际问题的结论: 可靠通讯网络的构造、单行道路系统的构造。

教学时数: 12 学时。

教学内容:

§ 2.1 路和圈 (3 学时): 介绍途径、迹、路和圈的定义。介绍一些重要结论: 最小度至少是 k (≥ 2) 的简单图必含长度至少是 $k+1$ 的圈; 最小度至少是 3 的简单图必含长度为偶数的圈; 非平凡图是二分图的充要条件是该图不含奇圈。给出路和圈的一些应用。

§ 2.2 连通图 (3 学时): 介绍连通图、连通分支、悬挂点的概念; 介绍有向图的强连通、单向连通、(弱) 连通等概念; 给出关于图的连通性一些重要结论: p 阶连通图至少有 $p-1$ 条边; 边数小于顶点数的阶数至少为 2 的连通图必有悬挂点; 设 M 是 p 阶图 G 的邻接矩阵, 且 $M = (a_{ij}^{(l)})_{p \times p}$, 则 G 中连接 v_i 到 v_j 的长度为 l 的途径的数目为 $a_{ij}^{(l)}$; 一个连通的有向图是强连通的充要条件是该图的每一条弧都含在某一有向圈中。

§ 2.3 连通度 (3 学时) 介绍点割、连通度、 k -连通、边割、边连通度、 k -边连通的的概念; 介绍一些与连通度有关重要结论: 对简单图来说, 连通度不超过边连通度, 边连通度不超过最小度; 阶数至少为 3 的简单图是 2-连通的充要条件是该图的任意两个不同顶点被两条内部不交的路所连接。

§ 2.4 可靠通讯网络的构造 (2 学时): 将可靠通讯网络的构造这一实际问题归结为图论问题: 确定赋权图的一个具有最小权的 k -连通生成子图。介绍 Harary 的工作: 当所考虑的图是每条边的权均为 1 的完全图时, 它的具有最小权的 k -连通生成子图实际上是边数最少的 k -连通生成子图; 给出这类图的结构。

§ 2.5 单行道路系统的构造 (1 学时): 引出问题: 给定一个城市街道系统, 在什么条件下可以把街道变成单行道路系统, 使从城市中的任何点仍有可能沿规定单行方向到达任意其他点。给出结论: 一个图具有强连通的定向图的充要条件是该图为 2-边连通的。

考核要求: 学生必须识记并理解与图的连通性有关的一些基本概念; 领会这一章的重要结论; 可以综合应用所学的知识去解决一些简单的与图的连通性有关的问题。

第三章 树

教学要点: 要让学生掌握有关树的一些基本概念: 树、生成树、余树、树枝、弦、最优生成树、有向树、有序树、 m 元树。理解有关树的一些重要结论: 阶数至少为 2 的树至少有两个悬挂点; 一个树恰有两个悬挂点当且仅当这个树是路; 树的每个非悬挂点都是割点; p 阶完全图的生成树的数目为 p^{p-2} 。会应用以下两个算法: Kruskal 算法; 构造出给定权的最优二元树的算法。

教学时数: 10 学时。

教学内容:

§ 3.1 树的定义与基本性质 (3 学时): 介绍树的定义。给出刻画树的几个等价条件; 介绍树的重要性质: 阶数至少为 2 的树至少有两个悬挂点; 一个树恰有两个悬挂点当且仅当这个树是路; 树的每个非悬挂点都是割点。介绍树的直径、半径、中心的计算方法。介绍两个树的应用问题。

§ 3.2 生成树 (2 学时): 介绍生成树、余树、树枝、弦等概念。给出找生成树的方法。介绍计算一个连通图的生成树的数目的方法。给出结论: p 阶完全图的生成树的数目为 p^{p-2} 。

§ 3.3 最优生成树 (2 学时): 介绍最优生成树及 Kruskal 算法。说明由 Kruskal 算法找出的生成树的确是最优生成树。

§ 3.4 树形图 (3 学时): 介绍有向树、树形图、根、树叶、内点、分支点、层数、高、子树、有序树、 m 元树、 m 元有序树、 m 元正则树、 m 元有序正则树、 m 元完全正则树、带权二元树、最优二元树等概念。介绍一些重要结论: 二元正则树的分支点数等于树叶数减去 1; 二元正则树的各树叶的层数之和等于分支点数的 2 倍加上各分支点的层数之和。构造出给定权的最优二元树的算法。

考核要求: 学生必须识记并领会有关树的若干基本概念; 领会有关树、生成树、最优生成树、树形图的一些结论; 能应用 Kruskal 算法及构造出给定权的最优二元树的算法解决一些实际问题。

第四章 Euler 环游和 Hamilton 圈

教学要点: 要让学生掌握一些基本概念: Euler 迹、Euler 环游、Euler 开迹、Euler 图、最优环游、Hamilton 路、Hamilton 圈、Hamilton 图、图的闭包; 理解一些重要结论: 非平凡连通图是 Euler 图的充分必要条件是图无奇点; 非平凡连通图有 Euler 开迹的充分必要条件是图恰好有两个奇点; 对于恰好有 $2k$ ($k \geq 1$) 个奇点的连通图来说, 它的边集合可以分解为 k 条边不重的迹的边的集合的并; 管梅谷定理; 一个图是 Hamilton 图的充分条件; 一个图是 Hamilton 图的充分必要条件是它的闭包是 Hamilton 图。一个图的闭包是唯一的。会应用若干重要算法: Fleury 算法; 奇偶点图上作业法; 最邻近算法及其修改算法。诸算法的一些应用。

教学时数: 10 学时。

教学内容:

§ 4.1 Euler 环游 (2 学时): 给出 Euler 迹、Euler 环游、Euler 开迹、Euler 图的定义; 介绍一些重要结论: 非平凡连通图是 Euler 图的充分必要条件是图无奇点; 非平凡连通图有 Euler 开迹的充分必要条件是图恰好有两个奇点; 对于恰好有 $2k$ ($k \geq 1$) 个奇点的连通图来说, 它的边集合可以分解为 k 条边不重的迹的边的集合的并。介绍 Fleury 算法, 并证明对 Euler 图来说, 用 Fleury 算法构成的迹的确是 Euler 环游。

§ 4.2 中国邮路问题 (2 学时): 介绍中国邮路问题; 给出最优环游的概念; 介绍管梅谷定理; 给出求赋权连通的非 Euler 图的最优环游的算法: 奇偶点图上作业法。

§ 4.3 Hamilton 图 (4 学时): 介绍 Hamilton 路、Hamilton 圈、Hamilton 图、图的闭包。给出一个图是 Hamilton 图的必要条件。给出一个图是 Hamilton 图的充分条件。介绍一个图是 Hamilton 图的充分必要条件是它的闭包是 Hamilton 图。介绍一个图的闭包是唯一的这一结论。

§ 4.4 旅行售货员问题 (2 学时): 介绍求近似最优 Hamilton 圈的最邻近算法及其修改算法。介绍旅行售货员问题的两个应用实例。

考核要求: 学生必须识记并理解有关 Euler 图和 Hamilton 图的若干基本概念; 领会本章的一些重要结论; 可以综合应用所学的几个算法去解决一些简单的有关问题。

第五章 图的对集与独立集

教学要点: 要让学生掌握有关独立集和覆盖的一些基本概念: 对集、完美对集、最大对集、可扩路、点覆盖、最小点覆盖、点覆盖数、独立集、最大独立集、独立数、边覆盖、最小边覆盖、边覆盖数。理解一些重要结论: 一个图的对集 M 是最大对集的充要条件是该图中不存在 M 可扩路; 一个图 G 有完美对集的充要条件是对 G 的每个真子集 S 来说, $G-S$ 的奇分支的个数不超过 S 中的顶点数; Hall 定理; $k (\geq 1)$ 正则二分图必有完美对集; 二分图的点覆盖数等于最大对集的边数; 无孤立顶点的图的点覆盖数与独立数之和等于该图的阶; 无孤立顶点的图的边覆盖数与最大对集的边数之和等于该图的阶。会应用以下算法解决实际问题: 匈牙利算法; 二分图的最大最小对集算法; Kuhn—Munkres 算法。

教学时数: 12 学时。

教学内容:

§ 5.1 对集 (2 学时): 介绍对集、完美对集、最大对集、可扩路等概念; 给出一些重要结论: 一个图的对集 M 是最大对集的充要条件是该图中不存在 M 可扩路; 一个图 G 有完美对集的充要条件是对 G 的每个真子集 S 来说, $G-S$ 的奇分支的个数不超过 S 中的顶点数。

§ 5.2 二分图的对集 (2 学时): 介绍一些重要结论: Hall 定理; $k (\geq 1)$ 正则二分图必有完美对集。主要结论的应用: 给出集合族有相异代表系的充分必要条件; Latin 长方的扩充。

§ 5.3 二分图的最大对集算法 (1 学时): 介绍匈牙利算法。

§ 5.4 二分图的最大最小对集 (1 学时): 介绍二分图的最大最小对集算法。

§ 5.5 最优分派问题 (2 学时): 介绍最优分派问题。介绍 Kuhn—Munkres 算法。

§ 5.6 独立集和覆盖 (2 学时): 给出点覆盖、最小点覆盖、点覆盖数、独立集、最大独立集、独立数、边覆盖、最小边覆盖、边覆盖数的定义; 介绍一些重要结论: 二分图的点覆盖数等于最大对集的边数; 无孤立顶点的图的点覆盖数与独立数之和等于该图的阶; 无孤立顶点的图的边覆盖数与最大对集的边数之和等于该图的阶。

§ 5.7 Ramsey 数 (2 学时): 介绍 Ramsey 数以及有关的结论。

考核要求: 学生必须识记并理解与对集、独立集和覆盖有关的若干基本概念; 领会本章的一些重要结论; 可以应用所学的知识, 特别是本章的几个算法去解决简单的实际问题。

三、参考书目

[1] 卜月华, 吴建专, 顾国华, 殷翔, 《图论及其应用》, 东南大学出版社, 2002 年 7 月第 1 版。

[2] Bondy J. A. and Murty U. S. R. 著, 吴望名、李念祖等译, 《图论及其应用》, 科学出版社, 1984 年 4 月第 1 版。

[3] 王朝瑞, 《图论》, 北京理工大学出版社, 2001 年 12 月第 3 版。

[4] 姚兵, 刘信生等, 《图论》, 西北师范大学油印本。

模糊数学

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第6学期开设，周3学时。

本课程的作用与任务是让学生对模糊数学的基本概念、原理、方法和有关应用技术逐步领会，为从事基础数学、应用数学的研究和数学在其他学科的应用研究提供指导。本课程应以数学分析、高等代数、实变函数论、泛函分析初步、运筹学等课程为基础。

教学目的：模糊数学是近30年内迅速兴起的一门新学科。开设本课程的目的，就是向基础数学专业数学与应用数学方向的学生比较系统地介绍在这门学科的主要内容、方法，使学生掌握模糊数学的基本内容、一般方法，初步具备从事基础数学、应用数学涉及模糊数学的研究、利用模糊数学解决实际问题的能力。

教学内容：本课程主要内容包括模糊集的基本概念、模糊分析学和模糊代数初步、模糊数学的典型应用模型和实例等。

教学时数：54学时。

教学方法：在学生已有的数学分析、高等代数、实变函数论、泛函分析初步、运筹学等课程的基础上，本课程对模糊数学的基本内容、方法、应用技术进行系统地讲授。

二、大纲正文

第一章 模糊集

教学要点：模糊集的概念，扩张原理，分解定理。

教学时数：4学时。

教学内容：

§ 1.1 模糊集的定义及运算。

§ 1.2 模糊集的分解定理。

§ 1.3 查德扩张原理。

考核要求：本章要求掌握模糊集的概念，扩张原理，分解定理等定理的背景和实质。

第二章 模糊代数学初步

教学要点：模糊代数系统，模糊群、环、域、模糊理想。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 2.1 模糊代数系统。

§ 2.1 模糊群、环、域、模糊理想。

考核要求：本章要求了解和掌握模糊代数系统，模糊群、环、域、模糊理想的基本概念。

第三章 模糊分析学基础

教学要点：模糊测度与模糊积分，模糊数理论，模糊数值函数的微积分。

教学时数：10 学时。

教学内容：

§ 3.1 模糊测度与模糊积分。

§ 3.2 模糊数及刻画。

§ 3.3 模糊数值函数的积分。

§ 3.4 模糊数值函数的微分与模糊微分方程。

考核要求：本章重点介绍模糊测度与模糊积分，模糊数及其刻画定理，模糊数值函数的积分，模糊数值函数的微分与模糊微分方程。

第四章 模糊综合评判

教学要点：模糊综合评判的基本模型、模糊综合评判的改进、实例研究。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 4.1 模糊综合评判的基本模型。

§ 4.2 模糊综合评判的改进。

§ 4.3 实例研究。

考核要求：本章要求掌握模糊综合评判的基本模型和方法、模糊综合评判的改进。

第五章 模糊模式识别

教学要点：模式识别概述，最大隶属度原则，贴近度与择近原则，实例分析。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 5.1 模式识别概述。

§ 5.2 最大隶属度原则。

§ 5.3 贴近度与择近原则。

§ 5.4 实例分析。

考核要求：要求掌握模式识别的基本概念，利用最大隶属度原则、贴近度与择近原则对具体问题进行分析。

第六章 模糊聚类分析

教学要点：模糊等价关系与相似关系，模糊聚类分析，实例分析。

教学时数：8 学时。

教学内容：

§ 6.1 模糊等价关系与聚类图。

§ 6.2 模糊相似关系。

§ 6.3 模糊聚类分析。

§ 6.4 实例分析。

考核要求：本章要求掌握模糊等价关系与相似关系的基本概念，模糊聚类分析方法。

三、参考书目

[1] 汪培庄，《模糊集理论与应用》，上海科技出版社，1983 年第一版。

[2] 吴从炘，马明，《模糊分析学引论》，国防科技出版社，1990 年。

[3] 李洪兴，汪群等，《工程模糊数学方法与应用》，天津科学技术出版社，1991 年 8 月第一版。

随机过程

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第6学期开设，周3学时。

随机过程是在概率论与数理统计基础上进一步研究随机现象的课程，对于培养学生的应用意识和应用能力具有重要的意义。

教学目的：使学生掌握随机过程的基本概念、基本理论和基本方法，能够初步应用随机过程的理论和方法解决一些实际问题。

教学内容：随机徘徊；分枝过程；泊松过程；更新过程；可数状态的马尔可夫链；生灭过程；平稳过程；排队过程。

教学时数：54学时。

教学方法：课堂启发式教学。

二、本文

第一章 随机徘徊

教学要点：随机徘徊的直观意义、随机徘徊的定义、随机徘徊的性质和简单应用。

教学时数：4学时。

教学内容：

§ 1.1 随机徘徊的定义及其性质(2学时)：随机徘徊的定义；随机徘徊的性质。

§ 1.2 随机徘徊的简单应用(2学时)：随机徘徊的应用背景；随机徘徊的简单应用。

考核要求：掌握随机徘徊的基本概念及其主要性质，了解随机徘徊的应用背景，掌握应用随机徘徊解决实际问题的简单方法。

第二章 分枝过程

教学要点：矩母函数的概念及其性质、分枝过程的直观背景、分枝过程的定义及其性质。

教学时数：8学时。

教学内容：

§ 2.1 矩母函数的定义及其性质 (4 学时)：矩母函数的定义；矩母函数的性质。

§ 2.1 分枝过程的定义及其性质 (4 学时)：分枝过程的直观背景；分枝过程的定义；分枝过程的性质。

考核要求：掌握矩母函数的基本概念及其主要性质，了解分枝过程的直观背景，掌握分枝过程的基本定义及其性质。

第三章 泊松过程

教学要点：泊松过程、非平稳泊松过程的概念及其性质。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 3.1 泊松过程 (4 学时)：泊松过程的定义；泊松过程的性质。

§ 3.2 非平稳泊松过程 (2 学时)：非平稳泊松过程的定义；非平稳泊松过程的性质。

考核要求：掌握泊松过程的基本概念及其性质，了解非平稳泊松过程的概念和性质。

第四章 更新过程

教学要点：更新过程的实际背景、更新过程的定义及其性质、更新过程的简单应用。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 4.1 更新过程的定义及其性质 (4 学时)：更新过程的实际背景；更新过程的定义；更新过程的性质。

§ 4.2 更新过程的简单应用 (2 学时)：更新过程应用的一般方法；更新过程在经济中的应用。

考核要求：掌握更新过程的基本概念及其性质，了解更新过程的简单应用。

第五章 可数状态的马尔可夫链

教学要点：可数状态的马尔可夫链、转移概率、转移矩阵、状态的周期、遍

历性定理。

教学时数：12 学时。

教学内容：

§ 5.1 可数状态的马尔可夫链的概念 (4 学时)：可数状态的马尔可夫链的定义；转移概率；转移矩阵。

§ 5.2 可数状态的马尔可夫链举例 (2 学时)：排队过程的嵌入马尔可夫链；更新过程的年龄。

§ 5.3 可数状态的马尔可夫链的状态分类 (2 学时)：可数状态的马尔可夫链的状态分类的基本概念；状态的判别准则。

§ 5.4 遍历性定理 (4 学时)：遍历性定理；平均遍历极限的求法；几个例子。

考核要求：掌握可数状态的马尔可夫链、转移概率、转移矩阵的基本概念及其性质，理解状态分类的基本概念及状态分类的方法，了解遍历性定理及其平均遍历极限的求法。

第六章 生灭过程

教学要点：生灭过程的概念及其性质。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 6.1 生灭过程 (2 学时)：生灭过程的实际背景；生灭过程的定义及其性质。

§ 6.2 纯生过程 (4 学时)：纯生过程的概念；纯生过程的性质。

考核要求：掌握生灭过程的基本概念及其性质，了解纯生过程的基本概念及其主要性质。

第七章 平稳过程

教学要点：平稳过程的概念及其性质。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 7.1 平稳过程的基本概念 (2 学时)：平稳过程的实际背景；平稳过程的概念。

§ 7.2 平稳过程的性质 (4 学时)：平稳过程的性质；几个例子。

考核要求：掌握平稳过程的基本概念及其性质。

第八章 排队过程

教学要点：排队过程的概念、性质及其应用。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 8.1 排队过程的基本概念（2 学时）：排队过程的基本概念；输入过程的性质。

§ 8.2 随机服务系统（4 学时）：等待系统；消失系统。

考核要求：掌握排队过程、输入过程和随机服务系统的基本概念及其性质。

三、参考书目

[1] 胡迪鹤，《应用随机过程引论》，哈尔滨工业大学出版社，1984 年 12 月第一版。

数学实验

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第6学期开设，周2+2学时。

数学实验是随着计算机及其计算技术的发展而产生的一门新兴学科，计算机对人类的社会生活产生了巨大的影响，对数学也产生了十分巨大的影响。数学的形象发生了很大的变化，它不仅仅是一种理论，不仅仅是逻辑推导，也不再单纯是数学家和少数物理学家、天文学家、力学家等人手中的神秘武器，它越来越深入地应用到各行各业之中，几乎在人类社会生活的每个角落都在展示着它的无穷威力。这一点尤其表现在生物、政治、经济及军事等数学应用的非传统领域。数学不再仅仅是作为一种工具和手段，而是日益成为一种技术参与到实际问题中，它是一种技术，作为信息与计算科学系的本科生必须掌握这种技术。

教学目的：通过数学实验加深和理解学过的数学理论；通过数学实验掌握应用数学的能力；通过数学实验来体会数学探索与发现的快乐与挫折。

教学内容：本课程的内容分两部分，第一部分是基础部分，围绕高等数学的基本内容，利用计算机及软件的数值功能和图形功能展示基本概念与结论，去体验如何发现、总结和应用数学规律。另一部分是高级部分，以高等数学为中心向边缘学科发散，可涉及到微分几何、数值方法、数理统计、图论与组合、微分方程、运筹与优化等，也涉及到现代新兴的学科方向，如分形、混沌、密码等。

教学时数：72学时（理论36学时，实验36学时）。

教学方法：课堂讲授与上机实验相结合。

二、大纲正文

第一章 概论

教学要点：因为数学实验是一门新兴课程，所以本章的目的是要概括数学实验的目的、内容、要求、产生的背景、并介绍符号技术计算机软件等。

教学时数：4学时。

教学内容：

§1.1 概述（1学时）。

§ 1.2 数学实验报告的写作 (1 学时)。

§ 1.3 Mathematica 软件介绍 (2 学时)。

考核要求：通过考核使同学们大概了解本课程的内容和要求并掌握 Mathematica 软件。

实验一 微积分基础

教学要点：掌握 Mathematica 软件的基本功能并验证或观察得出微积分的一些基本结论，练习实验报告的撰写。

教学时数：5 学时。

教学内容：

§ 2.1 函数及其图象。

§ 2.2 数 e 。

§ 2.3 积分与自然对数。

§ 2.4 调和数列。

§ 2.5 双曲函数。

考核要求：通过考核使同学们掌握 Mathematica 软件的基本知识，实验报告的撰写。

实验二 怎样计算 π

教学要点：讲授计算 π 的各种方法。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 3.1 数值积分法。

§ 3.2 泰勒 Taylor 级数法。

§ 3.3 蒙特卡罗 (Monte Carlo) 法。

考核要求：掌握 π 的计算。

实验三 最佳分数近似值

教学要点：讲授任意实数的最佳分数近似。

教学时数：5 学时。

教学内容：

§ 4.1 分数对无理数的最佳逼近。

§ 4.2 乐音的频率比。

§ 4.3 实数的连分数展开。

§ 4.4 计算对数值。

§ 4.5 二元一次不定方程的整数解。

考核要求：通过考核使同学掌握分数对无理数的近似计算。

实验四 数列与极限

教学要点：讲授数列与级数的极限，数列与级数的收敛或发散的速度比较。

教学时数：4 学时。

教学内容：

§ 5.1 Fibonacci 数列。

§ 5.2 调和级数。

§ 5.3 综合问题。

考核要求：通过考核使同学们掌握级数发散的速度。

实验五 素数

教学要点：素数的重要性及应用。素数的构造、素因子的分解、素数的生成等。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 6.1 素数的判别与求解。

§ 6.2 生成素数的公式。

§ 6.3 素数的分布。

§ 6.4 素数的其它问题（Goldbach 猜想、大整数的素因子分解、完全数、孪生素数、Bertrand 猜想、青一色素数）。

考核要求：通过考核使同学们掌握素数的基本知识和应用。

实验六 概率

教学要点：讲授概率及随机变量的概念和基本知识。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 7.1 概率的古典定义。

§ 7.2 概率的统计定义。

§ 7.3 二项分布与 Poisson 分布。

§ 7.4 正态分布。

§ 7.5 第一反正弦律。

考核要求：通过考核同学们对概率和统计的掌握和应用。

***实验七 几何变换**

教学要点：讲授几何变换的概念，重点在于变换下图形的哪些性质保持不变。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 8.1 线性变换与仿射变换。

§ 8.2 线性变换的特征向量。

§ 8.3 射影变换。

§ 8.4 非欧几何。

§ 8.5 证明代数基本定理。

考核要求：通过考核使同学们掌握几何变换下图形的变化情况。

实验八 迭代—方程求解

教学要点：讲授迭代的概念，重点在于如何利用迭代进行方程及方程组的求解。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 9.1 迭代及方程求根。

§ 9.2 线性方程组的迭代求解。

§ 9.3 非线性方程组的迭代求解。

考核要求：通过考核使同学们掌握方程及方程组的迭代求解方法。

***实验九 最速降线**

教学要点：讲授最速下降曲线。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 10.1 时间的计算。

§ 10.2 寻找最速降线。

§ 10.3 最速降线的形状。

§ 10.4 等时曲线。

§ 10.5 变分法。

考核要求：通过考核使同学们掌握变分法的应用。

***实验十 分形**

教学要点：讲授分形的概念和应用。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 11.1 生成元。

§ 11.2 复变函数迭代。

§ 11.3 IFS 迭代。

考核要求：通过考核使同学们基本了解分形的性质和应用。

***实验十一 混沌**

教学要点：讲授混沌的概念，混沌的应用与意义。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 12.1 周期点与周期轨道。

§ 12.2 二次函数的迭代。

§ 12.3 Feigenbaum 图。

§ 12.4 混沌的特性。

§ 12.5 其它函数的迭代。

考核要求：通过考核使同学们基本掌握混沌的性质和应用。

***实验十二 密码**

教学要点：讲授密码的概念，密码的应用和密码学的内容。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 13.1 单表密码。

§ 13.2 多表密码。

§ 13.3 现代序列密码体制。

§ 13.4 公开密钥。

考核要求：通过考核使同学们掌握加密和破译的基本原理和方法。

三、参考书目

[1] 李尚志, 陈发来, 吴耀华, 张韵华, 《数学实验》, 高等教育出版社, 北京, 1999。

[2] 谢云荪, 张志让等, 《数学实验》, 科学出版社, 北京, 1999。

[3] 郭锡伯, 徐安农, 《高等数学实验讲义》, 中国标准出版社, 北京, 1998。

本课程使用教具和现代教育技术的指导性意见：

本课程应在多媒体教室进行教学与实验, 要充分利用现代教育技术的优势, 利用课件信息量大的优势, 给学生给出较丰富的思路和线索。本课程强调学生动手能力和创新能力的培养, 允许和鼓励学生自己设计新的实验, 允许实验失败, 但必须在实验报告中说明实验的过程、分析实验失败的原因和总结。考试成绩的评定可根据平时的实验报告和最终的总结实验来进行, 总结实验要求学生自己设计和实验。

抽象代数

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第6学期开设，周3学时。

《抽象代数》又称《近世代数》，是现代数学的重要分支，是研究代数结构的一门科学，是数学专业的一门重要专业课程，它的基本概念、理论和方法已经渗透到数学的各个分支，是每个数学工作者所必须具备的基本素养之一；它的结果已广泛应用于自然科学与科技的许多方面，如理论物理、通讯、计算机科学等。此外，近世代数的某些内容，对于中学数学教学也具有指导意义。

教学目的：开设本课程的目的是使学生对抽象代数的思想和方法有较深刻的认识，提高抽象思维、逻辑推理和运算的能力，使学生获得一定的抽象代数的基础知识，受到代数方法的初步训练，为进一步学习代数后继课程打下基础，使学生能应用抽象代数的知识与方法去理解与处理有关的问题，培养与提高应用抽象代数的理论分析问题与解决问题的能力。

教学内容：群在集合上的作用、sylow定理、环构造初步、域的扩张理论、近世代数思想与方法的应用。

教学时数：54学时。

教学方法：课堂讲授。

二、大纲正文

第一章 群的进一步讨论

教学要点：有限群、自由群、群在集合上的作用。

教学时数：14学时。

教学内容：

§ 1.1 有限群(4学时)：群的元素共轭、共轭子群类、集的正规化子、有限-p群、Sylow-p子群的定义。：有限交换群的子群存在定理和Sylow定理。

§ 1.2 有限交换群的结构定理(3学时)：群的内直积和外直积的定义。有限交换群的结构定理。

§ 1.3 自由群(3学时)：X-字、空字、字-的长度、字的既约形式、自由群、

自由生成元集的定义。定理：任意群都同构于一个自由群的商群。

§ 1.4 群在集合上的作用 (4 学时)：左 G -集、 G -轨道、传递 G -集、稳定群、 G -集的同构。定理：设 M 是传递 G -集，则有群 G 的子群 H ，使得 G -集 M 同构于 G -集 $G \setminus M$ 。

考核要求：熟练理解和掌握有限 p -群、Sylow- p 子群、自由群、群在集合上的作用的概念和理论。

第二章 环的构造

教学要点：分式域、域 F 上有限维代数、多项式环的构造。

教学时数：12 学时。

教学内容：

§ 2.1 环的构造 (6 学时)：分式域、环 R 的 I -进完备环、域 F 上代数、域 F 上有限维代数、域 F 上可除代数的定义。定理：实数域 R 上有限维可除代数有且只有下列三个：实数域 R 、复数域 C 、和四元数代数 H 。

§ 2.2 多项式环 (6 学时)：不定元的定义；多项式环的构造。

考核要求：熟练理解和掌握分式域、域 F 上代数、多项式环的构造的概念和理论。了解环 R 的 I -进完备环、域 F 上可除代数的概念和理论。

第三章 域的扩张理论

教学要点：单扩域、分裂域、有限域。

教学时数：14 学时。

教学内容：

§ 3.1 子域、扩域、素域 (4 学时)：子域、扩域、素域的定义；子域、扩域、素域的性质。

§ 3.2 单扩域 (4 学时)：代数元、超越元、单代数扩域、单超越扩域的、代数元的极小多项式、代数元在一个域上的次数、一个域的代数扩域、扩域在子域上的次数、有限扩域、无限扩域的定义；单扩域的结构。

§ 3.3 多项式的分裂域 (2 学时)：代数闭域、分裂域 (根域) 的定义；分裂域的存在性和唯一性。

§ 3.4 有限域 (4 学时)：有限域的定义；有限域的存在性和初步的结构。

考核要求：熟练理解和掌握素域、单扩域、多项式的分裂域、有限域的概念

和理论。

第四章 近世代数思想方法和理论的应用

教学要点：编码问题。

教学时数：14 学时。

教学内容：

§ 4.1 近世代数的应用 (14 学时)：编码问题；项链问题；分子结构的记数问题；正多面体着色问题；开关线路的记数问题；图的记数问题。

考核要求：熟练理解和掌握编码问题的概念和理论。了解项链问题、分子结构的记数问题、正多面体着色问题、开关线路的记数问题、图的记数问题。

三、参考书目

- [1] 刘绍学,《近世代数基础》,高等教育出版社,1999 年第一版。
- [2] 孟道骥,《代数学基础》,南开大学出版社,1992 年第一版。
- [3] 胡冠章,《应用近世代数》,清华大学出版社,1993 年 12 月第一版。

分析选讲

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第7学期开设，周5学时。

分析选讲是学生进一步学习数学的分支和科学研究必不可少的专业基础知识，同时也是其他理科专业学生进一步了解微积分学知识，是报考对数学要求较高的硕士学位研究生同学的必修课程。

教学目的：通过本课程的学习，使学生系统拓展和加深数学分析中的基本技能，基本思想和方法，主要培养学生分析论证问题的能力、抽象思维能力和科学研究的初步能力。

教学内容：分6部分：一元函数的极限与连续；一元函数微分学；一元函数积分学；级数；多元函数微分学；多元函数积分学。

教学时数：50学时。

教学方法：课堂讲授，课外习作。

二、大纲正文

第一章 一元函数的极限与连续

教学要点：本章主要复习数列和函数的极限的概念和函数一致连续的概念；讨论求极限的各种常用方法；研究实数完备性定理的应用。

教学时数：12学时。

教学内容：

§ 1.1 用定义证明函数极限的存在性(2学时)：数列和函数的极限的概念。

§ 1.2 求极限值的若干方法(4学时)：压缩映象原理、Stolz定理、迫敛性、洛必达法则、积分定义、导数定义、利用级数、变量变换。

§ 1.3 一致连续性(2学时)：函数一致连续和非一致连续的概念及其证明。

§ 1.4 实数基本定理(4学时)：确界原理、单调有界定理、Cauchy收敛准则、区间套定理、聚点定理和有限覆盖定理。

考核要求：通过本章的学习，学生应该熟练掌握函数极限的概念及求极限的各种常用方法；掌握一致连续的概念及证明；理解并熟练应用实数完备性定理。

第二章 一元函数微分学

教学要点：本章主要研究导数的定义，Roll 中值定理、Lagrange 中值定理和 Cauchy 中值定理的应用，Taylor 公式的应用；讨论不等式的证明的若干方法。

教学时数：8 学时。

教学内容：

§ 2.1 导数及微分中值定理 (3 学时)：导数的定义、三大微分中值定理及其应用。

§ 2.2 根的存在性 (1 学时)：根的存在性定理及其应用。

§ 2.3 Taylor 公式 (2 学时)：Taylor 公式及其应用。

§ 2.4 不等式证明 (2 学时)：利用函数的单调性、微分中值定理、Taylor 公式和极值方法等证明不等式。

考核要求：通过本章的学习，学生进一步理解导数的定义；熟悉三大微分中值定理、根的存在性定理和 Taylor 公式；熟练掌握微分中值定理、根的存在性定理和 Taylor 公式的应用；掌握不等式证明的常用方法。

第三章 一元函数积分学

教学要点：本章主要研究定积分的定义和计算；讨论积分中值定理的应用；分析反常积分敛散性的判别法和含参量积分一致收敛性的判别法。

教学时数：10 学时。

教学内容

§ 3.1 可积性的证明 (2 学时)：定积分的定义，三大充要条件。

§ 3.2 定积分的计算 (1 学时)：换元法和分部积分法。

§ 3.3 利用定积分的定义求极限 (1 学时)：定积分的定义求极限。

§ 3.4 积分不等式及积分中值定理 (2 学时)：积分不等式的证明，积分中值定理的应用。

§ 3.5 反常积分和含参量积分 (4 学时)：反常积分敛散性的判别法，含参量积分一致收敛的判别法。

考核要求：通过本章的学习，学生进一步准确理解定积分的定义；熟练掌握定积分计算的换元法和分部积分法；熟练应用积分中值定理；熟练掌握判别反常积分敛散性的方法以及含参量积分一致收敛性的方法。

第四章 级数

教学要点: 本章主要研究数项级数的敛散性、函数列和函数项级数的一致收敛性、幂级数的收敛域及求和、傅立叶级数的展开。

教学时数: 8 学时。

教学内容:

§ 4.1 数项级数 (2 学时): 数项级数的敛散性判别法及求和。

§ 4.2 函数列与函数项级数 (2 学时): 函数列和函数项级数一致收敛的判别法。

§ 4.3 幂级数 (2 学时): 幂级数的收敛域及求和, 函数展开成幂级数。

§ 4.4 傅立叶级数 (2 学时): 周期函数展开成傅立叶级数。

考核要求: 通过本章的学习, 学生掌握数项级数敛散性的判别法; 掌握函数列和函数项级数的一致收敛性的判别法; 熟悉幂级数怎么求收敛域与和; 掌握周期函数展开成傅立叶级数的方法。

第五章 多元函数微分学

教学要点: 本章主要研究求二元函数的极限的方法、二元函数连续性的证明、多元函数可微和不可微的证明。

教学时数: 6 学时。

教学内容:

§ 5.1 多元函数的极限与连续 (2 学时): 求多元函数重极限的方法, 重极限与累次极限的关系, 多元函数的连续性与一致连续性。

§ 5.2 多元函数的微分 (4 学时): 多元函数的可微性, 方向导数。

考核要求: 通过本章的学习, 学生熟练掌握求多元函数重极限的若干方法; 清楚重极限和累次极限的关系; 掌握多元函数连续与一致连续的证明; 掌握多元函数可微和不可微的证明。

第六章 多元函数积分学

教学要点: 本章主要研究二重积分和三重积分的计算, 曲线积分和曲面积分的计算, 格林公式、高斯公式和斯托克斯公式的应用。

教学时数: 6 学时。

教学内容:

§ 6.1 二重积分的计算 (2 学时): 二重积分的坐标变换, 对称性的应用。

§ 6.2 三重积分的计算 (2 学时): 三重积分的坐标变换, 轮换对称性。

§ 6.3 曲线、曲面积分的计算 (2 学时): 格林公式、高斯公式和斯托克斯公式的应用

考核要求: 通过本章的学习, 学生掌握二重积分, 三重积分, 曲线积分和曲面积分的计算; 熟练应用格林公式、高斯公式和斯托克斯公式。

三、参考书目

- [1] 华东师范大学数学系, 《数学分析》, 第四版, 北京: 高等教育出版社, 2010 年。
- [2] 马振民, 《数学分析的方法与技巧选讲》, 兰州: 兰州大学出版社, 1999 年。
- [3] 裴礼文, 《数学分析中的典型问题与方法》, 北京: 高等教育出版社, 1993 年。
- [4] 林源渠, 方企勤, 《数学分析解题指南》, 北京: 北京大学出版社, 2006 年。

代数选讲

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第7学期开设，周5学时。

高等代数是代数学发展到高级阶段的总称，它包括许多分支。代数学从高等代数总的问题出发，又发展成为包括许多独立分支的一个大的数学科目，比如：多项式代数、线性代数等。代数学研究的对象，也已不仅是数，还有矩阵、向量、向量空间的变换等，对于这些对象，都可以进行运算。虽然也叫做加法或乘法，但是关于数的基本运算定律，有时不再保持有效。因此代数学的内容可以概括为研究带有运算的一些集合，在数学中把这样的一些集合叫做代数系统。比如群、环、域等。

代数选讲研究的主要内容是行列式和矩阵，它是代数学系列课程以及数学专业与应用数学专业其他课程的重要基础。

教学目的：巩固和加深《高等代数》课程里所学的基本概念、基本理论和基本方法，使学生能够理解基本概念，掌握主要的基本结论，掌握高等代数的基本方法之运用；同时也为报考研究生的同学提供更多的学习内容和复习材料。

教学内容：分6部分。行列式的计算方法；矩阵的运算、可逆矩阵的刻画、初等变换、矩阵的秩、重点介绍矩阵等价标准型的妙用；多项式理论，主要是多项式的根和矩阵的特征根、特征多项式；向量空间，主要是子空间直和的刻画和维数公式；线性方程组理论，主要是齐次线性方程组解空间维数定理的应用；线性变换的本征值与本征向量、欧式空间的几类线性变换，主要是Schmidt正交化方法及其应用。

教学时数：50学时。

教学方法：课堂讲授，同时注重高等代数基本理论和数学问题的密切结合。

二、大纲正文

第一章 行列式

教学要点：排列、逆序数、行列式的概念；行列式的性质及上(下)三角形行列式的计算；行列式按行(列)展开定理及其推论。

教学时数：4 学时。

教学内容：

§ 1.1 行列式的定义和性质 (2 学时)：排列、逆序数、行列式的基本概念以及这些概念产生的背景及来龙去脉；行列式的性质及上 (下) 三角形行列式的计算。

§ 1.2 行列式按行 (列) 展开定理 (2 学时)：行列式按行 (列) 展开定理及其推论。

考核要求：理解本章的基本概念，了解这些概念产生的背景及来龙去脉；掌握行列式的定义及其计算，以及从特殊到一般处理问题的数学思维方法；根据行列式中行 (列) 元素的特点，灵活地运用行列式的性质及行列式按行 (列) 展开定理，选择相应的方法。

第二章 矩阵

教学要点：矩阵的定义，矩阵的运算及其满足的运算律；初等变换和初等矩阵；公式法和初等变换法求逆矩阵的方法；分块矩阵及其应用；矩阵秩的重要性质及矩阵秩的求法；矩阵等价标准型的妙用，对称矩阵，矩阵的合同，二次型，正定矩阵。

教学时数：14 学时。

教学内容：

§ 2.1 矩阵的定义和运算及可逆矩阵的刻画 (4 学时)：矩阵的定义；矩阵的运算及其满足的运算律；矩阵可逆的判定，公式法和初等变换法求逆矩阵的方法。

§ 2.2 初等变换 (2 学时)：矩阵的行 (列) 初等变换、初等矩阵和矩阵行列式的定义；通过矩阵的行 (列) 初等变换把一个矩阵化为它的等价标准型；矩阵等价标准型的巧妙灵活的运用。

§ 2.3 分块矩阵 (2 学时)：分块矩阵及其运算规律，如何利用分块矩阵的初等变换求矩阵的秩、可逆矩阵的逆矩阵及求方阵的行列式。

§ 2.4 矩阵的秩 (2 学时)：矩阵 k 阶子式的概念；通过初等变换求矩阵的秩的方法，以及 n 阶可逆矩阵与秩之间的关系；矩阵秩的降阶定理及其应用。

§ 2.5 对称矩阵、矩阵的合同、二次型、正定矩阵 (4 学时)：矩阵的转置、对称矩阵、矩阵的合同和正定矩阵的定义；矩阵和它的转置矩阵的秩；复数域和

实数域上 n 阶对称矩阵的合同标准形；矩阵的初等变换将二次型 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 化为只含平方项的二次型的方法；实对称矩阵是正定矩阵的等价条件。

考核要求：掌握矩阵的运算；熟练掌握公式法和初等变换法求逆矩阵的方法；掌握利用分块矩阵的初等变换求矩阵的秩、可逆矩阵的逆矩阵及求方阵的行列式；掌握矩阵秩的重要性质；矩阵等价标准型的巧妙灵活的运用。掌握矩阵等价标准型的妙用，理解对称矩阵，矩阵的合同，二次型，正定矩阵。

第三章 多项式与矩阵

教学要点：多项式和整除的定义，带余除法及整除的性质；最大公因式、互素的定义和性质，辗转相除法；不可约多项式、 k 重因式的定义和性质及因式分解唯一性定理；矩阵特征根、特征多项式和相似矩阵的定义，特征根的具体求法，相似矩阵的性质以及相似矩阵的特征多项式，特征根，行列式和秩的关系。

教学时数：8 学时。

教学内容

§ 3.1 带余除法与最大公因式 (2 学时)：带余除法定理及其应用。

§ 3.2 因式分解与多项式的根 (2 学时)：不可约多项式和有理系数多项式根的存在性判别法。

§ 3.3 矩阵特征根、特征多项式 (2 学时)：矩阵特征根、特征多项式和相似矩阵的定义；特征根的具体求法以及相似矩阵的性质；相似矩阵的特征多项式，特征根，行列式和秩的关系。

§ 3.4 方阵可对角化的充要条件 (2 学时)：方阵可对角化的若干充要条件以及一些充分条件，举例说明可对角化理论的应用。

考核要求：掌握多项式的基本概念—多项式的互素、多项式的根；掌握带余除法定理，进而讨论多项式的整除性及多项式的最大公因子；掌握多项式根的存在性及多项式的因式分解；掌握矩阵特征根、特征多项式和相似矩阵的定义；特征根的具体求法以及相似矩阵的性质；掌握相似矩阵的特征多项式，特征根，行列式和秩的关系；掌握方阵可对角化的若干充要条件以及一些充分条件。

第四章 向量空间

教学要点：向量空间、向量的线性相关性、基、维数、坐标和子空间的定义；向量空间的性质及其子空间的基和维数的相关性质；子空间的维数公式，子空间

的直和的判定及其相关性质；向量空间的同构。

教学时数：8 学时。

教学内容：

§ 4.1 向量空间的定义、向量的线性相关性以及基、维数、坐标（4 学时）：向量空间和向量的线性相关性；向量空间的性质及其在数学中的重要性；数域上向量空间的基与维数、过渡矩阵的定义，同一向量在不同基底下坐标之间的关系。

§ 4.2 子空间的直和（2 学时）：子空间的定义和性质以及一个向量空间的非空子集构成向量空间的充要条件；子空间的基和维数的相关性质；子空间的维数公式，子空间的直和的判定及其相关性质。

§ 4.3 向量空间的同构（2 学时）：两向量同构的定义以及同构映射的一些性质，同构的理论意义和体现的数学思想。

考核要求：理解向量空间、向量的线性相关性、基、维数、坐标和子空间的定义；掌握向量空间的性质及其子空间的基和维数的相关性质；掌握子空间的维数公式，子空间的直和的判定及其相关性质；掌握向量空间的同构。

第五章 线性方程组

教学要点：用消元法求解数域 F 上非齐次线性方程组的全体解；齐次线性方程组是否有解的判别方法；利用齐次线性方程组解空间维数的定理解决有关的问题；一般线性方程组的求解问题。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 5.1 消元解法（2 学时）：消元法求解数域 F 上非齐次线性方程组的全体解。

§ 5.2 齐次线性方程组解空间维数定理的应用（2 学时）：线性方程组初等变换的概念及与矩阵初等变换的联系；齐次线性方程组是否有解的判别方法；利用齐次线性方程组解空间维数的定理解决有关的问题。

§ 5.3 一般线性方程组解的结构（2 学时）：一般线性方程组的求解问题。

考核要求：掌握用消元法求解数域 F 上非齐次线性方程组的全体解；利用有关齐次线性方程组解空间维数的定理解决有关的问题；利用齐次线性方程组解空间维数的定理解决一般线性方程组的求解问题，也进一步让学生体会从特殊到一般的数学思想。

第六章 线性变换

教学要点：线性变换的核空间、象空间以及它们的直和的性质；线性变换的本征值和本征向量以及本征子空间的性质及应用；有限维欧式空间中规范正交基的性质及应用；欧式空间的正交变换、对称变换以及斜对称变换有关的若干重要结果，正交矩阵、实对称矩阵以及实斜对称矩阵；实对称矩阵是正定矩阵以及实对称矩阵是半正定矩阵的若干充要条件，探讨正定矩阵、半正定矩阵的一些重要性质；实对称矩阵的特征根一些结果。

教学时数：10 学时。

教学内容：

§ 6.1 线性变换的定义、性质、运算和矩阵 (2 学时)：线性变换的定义和一些性质；线性变换的加法、乘法及数与线性变换的乘法运算；线性变换多项式的概念；线性变换在一个基下的矩阵，对向量的坐标和这个向量在线性变换下的坐标之间的联系以及同一线性变换在不同基下的矩阵；可逆线性变换的等价条件。

§ 6.2 线性变换的本征值和本征向量 (2 学时)：线性变换的本征值和本征向量的性质及应用； n 阶矩阵与对角矩阵的相似，线性变换的矩阵可对角化的充要条件；线性变换的不变子空间。

§ 6.3 Schmidt 正交化方法及其应用 (2 学时)：有限维欧式空间中规范正交基的性质及应用。

§ 6.4 欧式空间的几类线性变换 (2 学时)：欧式空间的正交变换、对称变换以及斜对称变换有关的若干重要结果，正交矩阵、实对称矩阵以及实斜对称矩阵。

§ 6.5 对称矩阵的标准形 (2 学时)：实对称矩阵是正定矩阵以及实对称矩阵是半正定矩阵的若干充要条件，正定矩阵、半正定矩阵的一些重要性质，实对称矩阵的特征根。

考核要求：掌握线性变换的核空间、象空间以及它们的直和的性质；掌握线性变换的本征值和本征向量以及本征子空间的性质及应用；掌握有限维欧式空间中规范正交基的性质及应用；掌握欧式空间的正交变换、对称变换以及斜对称变换有关的若干重要结果，探讨正交矩阵、实对称矩阵以及实斜对称矩阵；掌握实对称矩阵是正定矩阵以及实对称矩阵是半正定矩阵的若干充要条件，探讨正定矩阵、半正定矩阵的一些重要性质；掌握实对称矩阵的特征根一些结果。

三、参考书目

- [1] 刘仲奎, 杨永保, 程辉, 陈祥恩, 汪小琳, 《高等代数》, 高等教育出版社, 2003年6月第1版。
- [2] 刘仲奎, 程辉, 《代数选讲讲义》。
- [3] 屠伯坝, 《线性代数—方法导引》, 复旦大学出版社, 1986年第1版。
- [4] 李尚志, 《线性代数》, 高等教育出版社, 2006年5月第1版。
- [5] 张贤科, 许甫华, 《高等代数学》, 清华大学出版社, 2004年7月第2版。
- [6] 郭聿琦, 岑嘉评, 徐贵桐, 《线性代数导引》, 科学出版社, 2001年5月第1版。

数学史

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第7学期开设，周5学时。

数学史是研究数学科学发生发展及其规律的科学，简单地说就是研究数学的历史。它不仅追溯数学内容、思想和方法的演变、发展过程，而且还探索影响这种过程的各种因素，以及历史上数学科学的发展对人类文明所带来的影响。数学是非常古老而又有着巨大发展潜力的科学，其历史的足迹也就更漫长而艰辛。数学的每一阶段性成果都有着它的产生背景：为何提出，如何解决，如何进一步改进。因此，数学史研究对象不仅包括具体的数学内容，而且涉及历史学、哲学、文化学、宗教等社会科学与人文科学内容，是一门交叉性学科。

教学目的：数学史研究的主要对象是历史上的数学成果和影响数学发展的各种因素，如“数学年代”；数学各分支内部发展规律；数学家列传；数学思想方法的历史考察；数学论文杂志和数学经典著作的述评。该课程要培养学生辩证唯物主义观点，使学生了解数学思想的形成过程，并指导当前的工作，要培养学生学习兴趣，要充分发挥数学史的教育功能。

教学内容：分7部分：数学的兴起和古希腊数学；古代东方数学；近代数学的兴起与微积分的创立；近代数学在代数、几何、分析各分支的发展；20世纪数学概观和主要成果；数学与社会；中国现代数学的开拓和发展。

教学时数：50学时。

教学方法：课堂讲授，同时注重常微分方程基本理论和数学物理问题的密切结合。

二、大纲正文

绪论 人类文明史的重要篇章

教学要点：教学要求：通过“绪论”的学习，要求学生必须掌握关于数学史的研究对象、研究内容、研究方法，以及数学史分期的标准；熟悉关于外国数学史和中国数学史具体的分期模式，了解数学史与数学教育的关系和数学史研究的概况；逐步学会运用数学史的资料、数学史的研究成果于数学研究和数学教育之

中。

教学时数：2 学时。

教学内容：1、数学史的意义；2、什么是数学——历史的理解；3、关于数学史的分期。

考核要求：掌握数学史的分期，数学史与数学教育的关系，数学史与人类文明史和科学技术史的密切关系。

第一章 源自河谷的古老文明——数学的萌芽

教学要点：通过本章学习，要求学生必须掌握个关于数概念的形成、数域的扩展的一般规律；了解关于数的科学（即数论）的发展历程；了解丢番图方程和大衍求一术的特色，学会运用于教学之中。

教学时数：4 学时

教学内容：1、数与形概念的产生；2、河谷文明与早期数学；3、埃及数学；4、美索不达米亚数学。

考核要求：掌握识数、记数、数域的发展，埃及数学和美索不达米亚数学的特点与贡献。

第二章 古代希腊数学

教学要点：通过本章学习，要求学生必须掌握个关于数学公理化方法产生、发展的重要历史进程和一般规律；了解关于欧几里得的简历和《几何原本》的内容、结构及其特色；了解欧几里得几何学的范例及其特征。

教学时数：4 学时。

教学内容：1、论证数学的发端；2、泰勒斯与毕达哥拉斯；3、雅典时期的希腊数学；4、黄金时代——亚历山大学派；5、欧几里得与几何《原本》；6、阿基米德的数学成就；7、阿波罗尼奥斯与圆锥曲线论；8、亚历山大后期和希腊数学的衰落。

考核要求：公理化方法；欧几里得几何学的创立，演绎数学的发端，《几何原本》的历史贡献。

第三章 中世纪的中国数学

教学要点：通过本章学习，要求学生必须掌握个关于中国传统数学的特色，

及其在现代数学中的重要影响；初步学会翻译中国古代数学文献，要求准确地用现代数学的术语、符号表示古代典型的算法模型，并能分析其天元术原理；加强弘扬中华古代文明意识。

教学时数：4 学时。

教学内容：1、《周髀算经》与《九章算术》；2、古代背景；3、《周髀算经》；4、《九章算术》；5、从刘徽到祖冲之；6、刘徽的数学成就；7、祖冲之与祖暅；8、《算经十书》；9、宋元数学；10、从“贾宪三角”到“正负开方”术；11、中国剩余定理；12、内插法与垛积术；13、“天元术”与“四元术”。

考核要求：中国古算；古文的注释，中国古代数学的主要成就。

第四章 印度与阿拉伯数学

教学要点：通过本章学习，要求学生必须掌握个关于印度和阿拉伯数学的特色，及其在现代数学中的重要影响；初步了解阿拉伯在保存和传播希腊、印度甚至中国的文化，最终为近代欧洲的文艺复兴准备学术前提方面做出了巨大贡献。

教学时数：2 学时。

教学内容：1、印度数学；2、古代《绳法经》；3、“巴克沙利手稿”与零号；4、“悉檀多”时期的印度数学；5、阿拉伯数学；6、阿拉伯的代数；7、阿拉伯的三角学与几何学

考核要求：“巴克沙利手稿”；“悉檀多”时期的印度数学。

第五章 近代数学的兴起

教学要点：通过本章学习，要求学生必须掌握关于代数学形成、发展的一般规律；熟悉用几何学解释代数学法则的方法、原理及其历史由来；了解关于群论和环论的发展历程；了解笛卡尔的事迹，能从中悟出人生的哲理，并运用于今后的教学之中。

教学时数：3 学时。

教学内容：1、中世纪的欧洲；2、向近代数学的过渡；3、代数学；4、三角学；5、从透视学到摄影几何；6、计算技术与对数；7、解析几何的诞生。

考核要求：高次代数方程的根式解的求解历程，射影几何与计算技术的发展，笛卡尔和解析几何。

第六章 微积分的创立

教学要点：通过本章学习，要求学生必须掌握个关于微积分学形成、发展的历史进程和一般规律；熟悉欧洲的“不可分量原理”的应用，并能分析其中的利弊；熟悉牛顿和莱布尼兹不同的推导过程。熟悉分析基础严密化的历史进程，以及相关数学家的重要工作；了解分析学进一步发展的趋势。

教学时数：4学时。

教学内容：1、半个世纪的酝酿；2、牛顿的“流数术”；3、流数术的初建；4、流数术的发展；5、《原理》与微积分；6、莱布尼茨的微积分；7、特征三角形；8、分析微积分的建立；9、莱布尼茨微积分的发表；10、其他数学贡献；11、牛顿与莱布尼茨。

考核要求：穷竭法、不可分量、微积分方法；牛顿和莱布尼兹的分析推导。

第七章 分析时代

教学要点：通过本章学习，要求学生熟悉分析基础严格化的历史进程，微积分的进一步发展刺激和推动了许多数学分支的产生，从而形成了“分析”这样一个在观念和方法上都具有鲜明特点的数学领域。要求学生熟悉相关数学家的重要工作，了解分析学进一步发展的趋势。

教学时数：4学时。

教学内容：1、微积分的发展；2、微积分的应用与新分支的形成；3、18世纪的几何与代数。

考核要求：分析严格化的进程和里程碑式的工作，一些新的数学分支的产生和应用。

第八章 代数学的新生

教学要点：通过本章学习，要求学生必须掌握个关于代数方程的可解性；了解关于群论和环论的发展历程；知道四元数和布尔代数产生的数学背景，了解伽罗瓦的故事和哈密顿的事迹，能从中悟出人生的哲理，并运用于今后的教学之中。

教学时数：3学时。

教学内容：1、代数方程的可解性与群的发现；2、从四元数到超复数；3、布尔代数；4、代数数论。

考核要求：群、四元数产生的数学文化背景；代数数论。

第九章 几何学的变革

教学要点：通过本章学习，要求学生必须掌握非欧几何学形成、发展的一般规律；熟悉用射影几何学中如何剔除“度量”观念的方法、原理及其历史由来；熟悉关于几何学统一的发展历程和几何学的分类。

教学时数：4 学时。

教学内容：1、欧几里得平行公设；2、非欧几何的诞生；3、非欧几何的发展与确认；4、射影几何的繁荣；5、几何学的统一。

考核要求：非欧几何产生的数学文化背景；非欧几何的模型。

第十章 分析的严格化

教学要点：通过本章学习，要求学生必须掌握实数形成、发展的一般规律；熟悉集合论的方法、原理及其历史由来；熟悉随着分析学的严格化及扩展所产生的新分支复分析、解析数论和数学物理方程的建立。

教学时数：4 学时。

教学内容：1、柯西与分析基础；2、分析的算术化；3、魏尔斯特拉斯；4、实数理论；5、集合论的诞生；6、分析的扩展；7、复分析的建立；8、解析数论的形成；9、数学物理与微分方程。

考核要求：集合论；实数理论。

第十一章 纯粹数学的主要趋势

教学要点：通过本章学习，要求学生必须掌握在 20 世纪纯粹数学的发展表现出的主要特征是更高的抽象性、更强的统一性和更深入的基础探讨。知道科学知识的增长是非线性的过程。熟悉勒贝格积分、泛函分析、抽象代数和拓扑学产生的背景。

教学时数：4 学时。

教学内容：1、新世纪的序幕；2、更高的抽象；3、勒贝格积分与实变函数论；4、泛函分析；5、抽象代数；6、拓扑学；7、数学的统一化；8、对基础的深入探讨；9、集合论悖论；10、三大学派；11、数理逻辑的发展。

考核要求：勒贝格积分、泛函分析、抽象代数和拓扑学产生的背景。

第十二章 空前发展的应用数学

教学要点：通过本章学习，要求学生必须掌握数学的广泛渗透与应用，数学

的应用突破了人类几乎所有的知识领域；纯粹数学的每一个分支几乎都获得了应用；现代数学对生产技术的应用变得越来越直接。了解电子计算机的诞生及一些新的数学进展。

教学时数：4 学时。

教学内容：1、应用数学的新时代；2、数学向其他科学的渗透；3、数学物理；4、生物数学；5、数理经济学；6、独立的应用学科；7、数理统计；8、运筹学；9、控制论；10、计算机与现代数学；11、电子计算机的诞生；12、计算机影响下的数学；13、孤立子与非线性偏微分方程；14、四色问题；15、分形与混沌；费马大定理的证明。

考核要求：数学的广泛应用性；某些数学猜想的证明；数学与计算机的相互作用和影响。

第十三章 数学与社会

教学要点：通过本章学习，要求学生理解数学发展中心的迁移与社会发展之间的联系，这种联系是双向的，数学的发展依赖社会环境的变化，受政治、经济和文化的影响，同时，数学的发展也影响社会的发展，推动社会的科技进步。

教学时数：2 学时。

教学内容：1、数学与社会的进步；2、数学发展中心的迁移；3、数学的社会化；4、数学教育的社会化；5、数学专门期刊的创办；6、数学社团的成立；7、数学奖励；

考核要求：数学与社会进步、数学的社会化。

第十四章 中国现代数学的开拓

教学要点：通过本章学习，要求学生理解中国数学有着辉煌的历史，但明代以后明显落后于西方。在 20 世纪初，中国踏上了学习西方先进数学的历程，经历了不平凡的历程，取得了举世瞩目的成就。要求了解中国现代数学教育与数学研究的开拓过程和目前中国数学研究在世界上的地位。

教学时数：2 学时。

教学内容：1、西方数学早期在中国的传播；2、中国高等数学教育的兴办；3、现代数学研究的兴起。

考核要求：了解中国现代数学教育与数学研究的开拓过程。

三、参考书目

- [1] 东北师范大学数学系,《常微分方程》,高等教育出版社,1982年。
- [2] 叶严谦,《常微分方程》,高等教育出版社,1982年(第二版)。
- [3] 中山大学数学系,《常微分方程》,高等教育出版社,1983年(第二版)。
- [4] 国家教育委员会师范教育司,《普通高度师范学校数学教育专业(本科)教育教学基本要求(试行)》,首都师范大学出版社,1994。

生物数学

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第7学期开设，周5学时。

1974年，联合国教科文组织把生物数学作为一门独立学科编入目录中，而且近几十年来生物数学的发展极为迅速，因此，在数学与应用专业开设生物数学课势在必行。

从方法论的角度来看，生物数学有三个重要的分支学科：生物统计、生物控制论和生物动力系统，每一个分支学科又深入生命科学的多个领域。本课程着重于应用动力系统的方法研究生物数学的一些重要而基本的问题。

教学目的：掌握生物数学中的一些基本概念、基本理论和基本方法；初步具有分析生物数学问题和解决生物数学问题的能力；对“如何建立生物数学模型，如何对所建的数学模型作深入的数学分析研究，如何由数学分析研究得到生命科学问题的结论”有明确的理解与认识。

教学内容：分三大部分。第一，研究以微分方程为模型的生命科学问题：生态数学模型的导入与问题；单种群模型的研究；两种群互相作用模型的研究。第二，应用统计论的方法研究生命科学问题。第三，应用控制论的方法研究生命科学问题。

教学时数：50学时。

教学方法：讲授法，注重微分方程、统计论、控制论的基本理论和生命科学问题的密切结合。

二、大纲正文

第一章 生态数学模型的导入与问题

教学要点：理解生态数学模型的生物学背景；掌握建立生态数学模型的一些基本方法。

教学时数：12学时。

教学内容：

§ 1.1 单种群模型（种内竞争理论）（4学时）。

§ 1.2 两种群模型 (4 学时)。

§ 1.3 三种群或多种群所组成的群落生态系统的数学模型 (4 学时)。

考核要求:掌握建立生态数学模型的一些基本方法,这些模型是微分方程(问题)。

第二章 单种群模型的研究

教学要点:连续时间单种群模型的正平衡点的属性; Liapunov 方法; 单种群模型的极限环的存在唯一性的判定。

教学时数: 8 学时。

教学内容:

§ 2.1 连续时间单种群模型的研究 (4 学时)。

§ 2.2 具有时滞的单种群模型的研究 (4 学时)。

考核要求:重点掌握连续时间单种群模型的正平衡点的性质; 会应用 Liapunov 方法讨论单种群模型的正平衡点的稳定性; 能够判断简单的单种群模型的极限环的存在性。

第三章 两种群互相作用模型的研究

教学要点:两种群模型的定性性质与其生态学背景; 如何应用 Liapunov 方法讨论两种群模型的正平衡点的稳定性; 如何判断简单的两种群模型的极限环的存在唯一性与稳定性。

教学时数: 24 学时。

教学内容:

§ 3.1 Lotka—Volterra 模型的全局稳定性 (6 学时)。

§ 3.2 具功能性反应的两种群捕食与被捕食模型的全局稳定性和极限环 (8 学时)。

§ 3.3 Kolmogorov 定理及其推广 (6 学时)。

§ 3.4 具常数收获率的捕食与被捕食模型的定性分析 (4 学时)。

考核要求:准确理解两种群模型的定性性质与其生态学意义; 会应用 Liapunov 方法讨论两种群模型的正平衡点的稳定性; 能够判断简单的两种群模型的极限环的存在唯一性与稳定性。

第四章 生物统计论、生物控制论简述

教学要点：生命科学问题中的统计论方法和控制论方法简述。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 4.1 生物统计（4 学时）。

§ 4.2 生物控制论简述（2 学时）。

考核要求：能够列举生物统计论和生物控制论中的一些基本模型，理解其数学分析结果与相应的生物学意义。

三、参考书目

- [1] 陈兰荪，《生物数学引论》，科学出版社，1988 年。
- [2] 陈兰荪，《数学生态学模型与研究方法》，科学出版社，1988 年。
- [3] 陈兰荪，陈键，《非线性生物动力系统》，科学出版社，1993 年。
- [4] 张发秦，伏升茂，《周期生物系统》，甘肃教育出版社，2000。
- [5] J. D. Murray, *Mathematical Biology (Second, Corrected Edition)*, Springer, Berlin, 1993.

常微分方程 II

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第8学期开设，周5学时。

教学目的：掌握混沌动力学的基本概念和基本理论；在此基础上分析一些简单的以微分方程和差分方程为模型的应用问题的动力学行为。

教学内容：分3部分：差分方程简介；一维动力学；混沌动力学的应用。

教学时数：50学时。

教学方法：讲授法，同时注重数学模型和实际问题相结合。

二、大纲正文

第一章 差分方程

教学要点：准确理解差分方程的一些最基本的概念；差分方程的解法；差分方程解的性质。

教学时数：12学时。

教学内容：

§ 1.1 差分方程的模型归结与应用(2学时)：差分方程概念；通过虫口模型等介绍差分方程的背景和建立差分方程模型求解应用问题的基本方法。

§ 1.2 差分方程求解方法(7学时)：一阶线性差分方程；二阶线性差分方程；二维线性差分方程组；高阶线性常系数齐次差分方程。

§ 1.3 差分方程解的性质(3学时)：讨论解的变化趋势，是周期的还是非周期的。特别，差分方程中的参数如何影响解的性质。

考核要求：掌握差分方程的基本概念；掌握差分方程的基本解法；通过建立差分方程求解一些应用问题。

第二章 一维动力学

教学要点：动力系统的概念；混沌动力系统；分支理论。

教学时数：30学时。

教学内容：

§ 2.1 动力系统的实例(2学时)：通过动力系统的简单例子说明动力系统如

何出现在“现实世界”中。

§ 2.2 微积分的预备知识 (2 学时): 复习要用到的一些单变量和多变量微积分中的初等概念。

§ 2.3 基本定义 (2 学时): 介绍轨道、不动点、周期点、稳定集等概念。

§ 2.4 双曲性 (2 学时): 具有双曲周期点的映射是代表性地出现在许多动力系统映射中的映射。

§ 2.5 一个例子—二次族 (2 学时): 对二次函数族 $F_\mu(x) = \mu x(1-x)$ 的讨论能说明在动力系统中出现的许多最重要的现象。

§ 2.6 符号动力学 (2 学时): 本节主要为上节二次映射的动力结构提供一个符号模型, 引入移位映射的概念。

§ 2.7 拓扑共轭性 (2 学时): 本节主要是将移位映射和二次映射联系起来。

§ 2.8 混沌 (2 学时): 引入混沌的概念并举例说明二次映射 $F_4(x) = 4x(1-x)$ 在 $I = [0,1]$ 上是混沌的。

§ 2.9 结构稳定性 (2 学时): 在动力系统的研究中, 一个很重要的概念是系统在小改变或小扰动下的稳定性或持久性。

§ 2.10 萨科夫斯基定理 (2 学时): 直线上的连续映射, 如果有 3 周期点, 则有其它一切周期的周期点。

§ 2.11 施瓦兹导数 (2 学时): 施瓦兹导数是 1978 年辛格用于研究一维动力学的工具。

§ 2.12 分支理论 (6 学时): 分支理论的主题是研究映射随参数改变所经历的变化。

§ 2.13 再论周期 3 (2 学时): 对特殊的参数 $\mu = 3.839$, 再次讨论二次映射 $F_\mu(x) = \mu x(1-x)$, 目的是改进第十节的结果, 以作为 3 周期点存在的应用。

考核要求: 理解混沌动力系统以及分支理论的相关概念, 能用简单实例解释混沌现象。

第三章 混沌动力学的应用

教学要点: 本章主要介绍混沌动力学在生物学上的应用。

教学时数：8 学时。

教学内容：

§ 3.1 差分方程的虫口模型 (3 学时)：介绍“无世代重叠”群体的差分方程模型。差分方程的混沌最容易理解，它也是非线性动力系统最容易理解的形式。

§ 3.2 非线性微分方程 (3 学时)：介绍 Rossler 微分方程组的混沌现象。

§ 3.3 流行病的混沌动力性态 (2 学时)：数学研究证明麻疹是混沌流行病，而腮腺炎与水痘都不是。

考核要求：了解混沌动力学在实际生活中的一些简单实例，以加深对混沌动力系统的理解。

三、参考书目

[1] 甘少波译，微分方程、动力系统与混沌导论，人民邮电出版社。

[2] 韩茂安等译，动力系统导论，机械工业出版社。

测度论

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第8学期开设，周5学时。

测度论是现代数学的一个重要分支，是实分析的基础，主要研究集合与集合的运算、集合的等势与基数、序集、 σ -代数与可测空间、正 *Borel* 测度、抽象积分等；它的思想和方法已经渗透到数学的许多分支；它的结果已应用到科技的不少方面。

教学目的：通过测度论的学习，培养学生能运用实分析的理论和方法去解决现代分析数学中基本问题的能力；学会把这种能力熟练地运用于中等及高等学校数学课程所涉及的一些最重要的分析问题，深刻领会这些分析问题的本质特征及它们之间的联系。

教学内容：测度论主要内容包括集合与集合的运算、集合的等势与基数、序集、 σ -代数与可测空间、正 *Borel* 测度、抽象积分等。

教学时数：50 学时。

教学方法：课堂讲授。

二、大纲正文

第一章 集合与集合的运算

教学要点：集合、集合论的公式和条件、子集、偶集、并集、交集、差集、幂集。

教学时数：2 学时。

教学内容：

§ 1.1 集合 (0.5 学时)：主要讲授集合的概念，外延公理，空集公理等。

§ 1.2 集合论的公式和条件 (0.5 学时)：主要介绍 Berry 悖论，集合论的公式，Russel 悖论等。

§ 1.3 子集、偶集、并集、交集、差集、幂集 (1 学时)：主要介绍子集、偶集、并集、交集、差集、幂集的概念，De Morgan 法则等。

考核要求：要让学生识记子集、偶集、并集、交集、差集、幂集；领会集合

的概念；理解 Berry 悖论，集合论的公式，Russel 悖论，De Morgan 法则。

第二章 集合的等势与基数

教学要点：集合的等势，基数，可数集与一般无穷集，连续统假设，选择公理。

教学时数：8 学时。

教学内容：

§ 2.1 集合的等势 (2 学时)：介绍等势的概念与基本性质。

§ 2.2 基数 (1 学时)：介绍基数的概念。

§ 2.3 可数集与一般无穷集 (4 学时)：介绍可数集与一般无穷集的概念与基本性质。

§ 2.4 连续统假设 (1 学时)。

考核要求：学生必须识记可数集与一般无穷集的概念；领会等势的意义；理解基数的基本性质和连续统假设。

第三章 序集

教学要点：序集；良序集；良序化原理；Zorn 引理。

教学时数：5 学时。

教学内容：

§ 3.1 序集 (2 学时)：介绍序集的基本概念和基本性质。

§ 3.2 良序集 (1 学时)：介绍良序集的基本概念和基本性质。

§ 3.3 良序化原理 (2 学时)：介绍良序化原理，无序集的可较原理。

考核要求：学生必须识记并领会序集的基本概念和基本性质；理解良序化原理，无序集的可较原理。

第四章 σ -代数与可测空间

教学要点： σ -代数；可测空间；测度的基本性质。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 4.1 σ -代数 (2 学时)：介绍 σ -代数的基本概念和基本性质。

§ 4.2 可测空间 (2 学时)：介绍可测空间的基本概念和基本性质。

§ 4.3 测度的基本性质 (2 学时): 介绍测度的基本性质。

考核要求: 学生必须识记并领会 σ -代数和可测空间的基本概念和基本性质; 理解测度的基本性质。

第五章 正 Borel 测度

教学要点: 拓扑学的预备知识; Riesz 表示定理; Borel 测度的正则性; Lebesgue 测度; 可测函数的连续性。

教学时数: 21 学时。

教学内容:

§ 5.1 拓扑学的预备知识(3 学时): 介绍拓扑学的基本概念和基本预备知识。

§ 5.2 Riesz 表示定理 (3 学时): 介绍 Riesz 表示定理及简单应用。

§ 5.3 Borel 测度的正则性 (3 学时): 在局部紧的 Housdorff 空间上介绍 Borel 测度正则性的有关性质。

§ 5.4 Lebesgue 测度(6 学时): 介绍 Lebesgue 测度的基本概念和基本性质。

§ 5.5 可测函数的连续性(6 学时): 介绍 Lusin 定理; Vitali-Caratheodory 定理。

考核要求: 学生必须识记并领会拓扑学的基本概念、Lebesgue 测度的基本概念和基本性质; 理解 Borel 测度正则性、Riesz 表示定理及简单应用; 理解 Lusin 定理; Vitali-Caratheodory 定理; 可以综合应用 Riesz 表示定理、Lusin 定理、Vitali-Caratheodory 定理去解决一些简单的的实分析问题。

第六章 抽象积分

教学要点: 可加集函数; 可测函数与积分; 绝对连续的集函数。

教学时数: 8 学时。

教学内容:

§ 6.1 可加集函数 (3 学时): 介绍可加集函数的基本概念和基本性质。

§ 6.2 可测函数与积分 (3 学时): 介绍在一般的测度空间上引进可测函数与积分的方法。

§ 6.3 绝对连续的集函数 (2 学时): 介绍绝对连续的集函数的基本概念。

考核要求: 学生必须识记并领会可加集函数和绝对连续的集函数的概念; 理解一般的测度空间上引进可测函数与积分的方法。

三、参考书目

- [1] 董延埏, 基础集合论, 北京师范大学出版社, 1988年11月第1版。
- [2] W. Rudin, Real and Complex Analysis, Springer-Verlag, 1978。
- [3] P. R. Halmos, Measure Theory, Princeton, N. J., 1950。

数学物理方程

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第8学期开设，周5学时。

数学物理方程主要指从物理学及其他各门自然科学、技术科学中所产生的偏微分方程，它们反映了有关的未知函数关于时间变量的导数和关于空间变量的导数之间的制约关系。

数学物理方程是纯粹数学的许多分支（如泛函分析、复变函数、微分几何、计算数学等）和自然科学各部门及工程技术领域之间的一个重要桥梁。

教学目的：掌握偏微分方程的基本概念和三种典型类型方程的求解方法、基本理论；学会运用所学知识解决某些实际问题，提高学生的科学素养。通过本课程学习，为从事本领域的后续课程的学习奠定坚实基础。

教学内容：分5部分：方程的导出及定解问题的提法，包括基本概念、几个经典方程的导出、定解问题等内容；特征理论与方程的分类，包括二阶方程的特征和二阶方程的分类等内容；双曲型方程，包括 Duhamel 原理、一维波动方程、高维波动方程、分离变量法、能量积分、唯一性和稳定性等内容；抛物型方程，包括热传导方程的 Cauchy 问题、热传导方程的混合问题、极值原理、最大模估计、唯一性和稳定性等内容；椭圆型方程，包括调和函数,Green 函数和球上的 Dirichlet 问题等。

教学时数：50 学时。

教学方法：讲授法，同时注重数学物理方程基本理论和数学物理问题的密切结合。

二、大纲正文

第一章 方程的导出及定解问题的提法

教学要点：偏微分方程的一些基本概念，判断线性偏微分方程、非线性偏微分方程的方法；从物理现象导出弦振动方程、热传导方程和拉普拉斯 (Laplace) 方程；定解问题，三类典型的边界条件和适定性的基本概念，各种定解问题的提法。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 1.1 基本概念 (1 学时)：介绍偏微分方程、偏微分方程的解、偏微分方程的阶、线性偏微分方程、非线性偏微分方程等基本概念。

§ 1.2 几个经典方程(3 学时)：弦振动方程、热传导方程、拉普拉斯(Laplace)方程的导出。

§ 1.3 定解问题 (2 学时)：介绍定解问题，三类典型的边界条件，适定性。

考核要求：掌握偏微分方程的基本概念——偏微分方程、偏微分方程的解、偏微分方程的阶；掌握如何判断线性偏微分方程、非线性偏微分方程的方法；了解如何从物理现象导出弦振动方程、热传导方程和拉普拉斯 (Laplace) 方程；掌握定解问题，三类典型的边界条件和适定性的基本概念，了解各种定解问题的提法。

第二章 特征理论与方程的分类

教学要点：二阶偏微分方程的特征方程、特征方向和特征曲面；介绍二阶方程的分类：双曲型偏微分方程、抛物型偏微分方程和椭圆型偏微分方程，辨别二阶方程的类型并化为标准型。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 2.1 二阶方程的特征 (3 学时)：介绍两个自变量的情形和多个自变量的情形下，二阶偏微分方程的特征方程、特征方向和特征曲面。

§ 2.2 二阶方程的分类 (3 学时)：介绍两个自变量的情形和多个自变量的情形下二阶方程的类型并化为标准型。

考核要求：能够根据一般方程写出二阶偏微分方程的特征方程、特征方向和特征曲面；掌握辨别方程的类型的方法，会将一般方程化为标准型。

第三章 双曲型方程

教学要点：利用齐次化原理将非齐次方程的求解化为齐次方程的求解；一维波动方程的 D' Alembert 公式，理解依赖区间、决定区域和影响区域；利用球面平均法求解三维波动方程，利用降维法求解二维波动方程以及理解依赖区域、决定区域和影响区域；分离变量法求解波动方程的定解问题的解题方法；应用能量

不等式证明 Cauchy 问题解的惟一性和稳定性。

教学时数：16 学时。

教学内容：

§ 3.1 齐次化原理 (2 学时)：介绍波动方程的 Cauchy 问题和混合问题的 Duhamel 原理。

§ 3.2 一维波动方程 (3 学时)：齐次波动方程的 Cauchy 问题，D' Alembert 公式的物理意义、几何解释，依赖区间、决定区域和影响区域，齐次波动方程的混合问题，非齐次波动方程的 Cauchy 问题。

§ 3.3 高维波动方程 (4 学时)：三维波动方程的 Poisson 公式，降维法，依赖区域、决定区域和影响区域，波的传播速度，Poisson 公式的物理意义。

§ 3.4 分离变量法 (3 学时)：主要以一维波动方程和二维波动方程的混合问题为模型，阐述分离变量法的解题过程和理论基础，介绍物理意义和驻波法。

§ 3.5 能量积分、惟一性和稳定性 (4 学时)：能量积分，混合问题解的惟一性，能量不等式，Cauchy 问题解的惟一性和稳定性。

考核要求：准确理解齐次化原理，能够应用齐次化原理将非齐次方程的定解问题的求解转化为齐次方程的定解问题的求解；熟练掌握 D' Alembert 公式，理解依赖区间、决定区域和影响区域；掌握球面平均法求解三维波动方程和降维法求解二维波动方程的基本方法，理解依赖区域、决定区域和影响区域，了解波的传播速度和 Poisson 公式的物理意义；掌握分离变量法求解一维波动方程和二维波动方程的混合问题的解题过程和理论基础；掌握能量不等式，能够熟练应用能量不等式证明 Cauchy 问题解的惟一性和稳定性。

第四章 抛物型方程

教学要点：求解齐次和非齐次热传导方程的 Cauchy 问题和混合问题；应用热的反射原理及分离变量法求解热传导方程的初边值问题；应用极值原理获得解的最大模估计进而证明解的惟一性和稳定性。

教学时数：10 学时。

教学内容：

§ 4.1 热传导方程的 Cauchy 问题 (2 学时)：热传导方程的 Cauchy 问题和混合问题，自相似解，Poisson 公式。

§ 4.2 热传导方程的混合问题(4 学时): 半直线上的热传导方程与热的反射, 有限区间上的热传导方程与分离变量法。

§ 4.3 极值原理、最大模估计、唯一性和稳定性 (4 学时): 弱极值原理, 第一边值问题解的最大模估计、唯一性和稳定性, Cauchy 问题解的最大模估计。

考核要求: 熟练掌握热传导方程的求解, 包括如何应用相似变换法和 Duhamel 原理来求解热传导方程的 Cauchy 问题和混合问题; 熟练掌握半直线上的热传导方程的解法, 应用热的反射原理及分离变量法来求解热传导方程的初边值问题; 了解极值原理的证明方法, 能够熟练应用极值原理获得解的最大模估计, 进而证明解的唯一性和稳定性。

第五章 椭圆型方程

教学要点: 利用 Green 公式导出基本积分公式, 进而研究调和函数的基本性质; Green 函数的定义和几个重要性质的证明; 求解特殊区域上的 Green 函数, 进而求解特殊区域上的椭圆型方程的各种定解问题; 椭圆型方程极值原理的证明思想, 利用极值原理证明解的唯一性和稳定性; 分离变量法的求解方法。

教学时数: 12 学时。

教学内容:

§ 5.1 调和函数 (2 学时): Green 公式, 基本解, 调和函数, 调和函数的基本性质。

§ 5.2 Green 函数 (2 学时): Green 函数的定义, Green 函数的重要性质。

§ 5.3 球上的 Dirichlet 问题(4 学时): Poisson 公式, 解的存在性, Harnack 不等式及其应用。

§ 5.4 极值原理、唯一性和稳定性 (4 学时): 椭圆型方程的极值原理、唯一性和稳定性。

考核要求: 掌握调和函数的定义和性质; 掌握 Green 函数的定义, 理解并掌握 Green 函数的几个重要性质; 熟练掌握球和半空间上 Green 函数的构造, 并会求解球和半空间上椭圆型方程的定解问题, 掌握 Harnack 不等式; 掌握椭圆型方程极值原理的证明思想, 能够熟练的证明第一边值问题解的唯一性和稳定性, 第二边值问题解的唯一性。

三、参考书目

- [1] 谷超豪、李大潜、陈恕行,《数学物理方程》,高等教育出版社,2002年(第二版)。
- [2] 朱长江、邓引斌,《偏微分方程教程》,科学出版社,2005年。
- [3] 戴嘉尊,张鲁明,《数学物理方程》,东南大学出版社,2012年(第二版)。
- [4] 王明新,《数学物理方程》,清华大学出版社,2005年。

统计与预测

一、说明

课程性质：该课程是数学与应用数学专业(含云亭班)专业平台任选课程之一，第8学期开设，周5学时。

统计与预测是大数据分析的重要方法。本课程主要介绍国内外常见的各种预测与统计预测方法，重点介绍从实际问题出发，建立相应的统计模型进行数据分析与统计预测的方法。统计预测方法对实际问题的分析更加科学，预测精度可以控制，预测结果能够解释并预测工业、农业、经济等日常生活中碰到的实际问题。这是一门实用性很强的课程，辅之以相应的统计软件教学，培养学生分析处理数据的能力。

教学目的：本课程的教学目的在于向学生系统阐述有关统计预测方面的基本知识和一般原理，使学生对统计预测的基本概念、基本方法及其应用有较系统地理解和掌握。同时，更为重要的是，通过阐述国内外常见的预测和统计预测方法在经济、金融和管理等领域的综合应用，加深学生对本课程内容的理解和认识，并培养学生通过计算机综合运用统计预测方法的能力，为他们以后走向工作岗位打下了好的基础。

教学内容：正确理解统计预测的基本思想，掌握常见的统计预测方法：定性预测法、回归预测法、时间序列分解法和趋势外推法、时间序列平滑预测法、平稳时间序列法以及马尔科夫预测法等，了解预测精度的测定方法和对预测的结果给出科学评价。

教学时数：50学时。

教学方法：课堂讲授。

二、大纲正文

第一章 统计预测概述

教学要点：统计预测的基本概念；统计预测中的若干准则。

教学时数：2学时。

教学内容：

§ 1.1 统计预测的概念和作用。

§ 1.2 统计预测方法的分类及其选择。

§ 1.3 统计预测的原则和步骤。

考核要求：了解统计预测的概念和作用，统计预测方法的分类和选择，理解统计预测的步骤。

第二章 定性预测法

教学要点：定性预测法的基本概念及几种常用的定性预测方法。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 2.1 定性预测概述。

§ 2.2 德尔菲法。

§ 2.3 主观概率法。

§ 2.4 其他定性预测法。

§ 2.5 情景预测法。

考核要求：理解定性预测法的基本概念。了解主要的定性预测方法。掌握德尔菲法和主观概率法。

第三章 回归预测法

教学要点：一元线性回归预测法；元线性回归预测法；非线性模型如何转化为回归模型进行预测；应用回归预测法时应注意的问题。

教学时数：8 学时。

教学内容：

§ 3.1 一元线性回归预测法。

§ 3.2 多元线性回归预测法。

§ 3.3 非线性回归预测法。

§ 3.4 应用线性回归预测法时应注意的问题。

考核要求：了解非线性回归预测法、应用回归预测法时应注意的问题。掌握一元线性回归预测法，运用合适的参数估计方法，求出一元线性回归模型，然后根据自变量与因变量之间的关系，预测因变量的趋势。理解多元线性回归预测法是包括两个或两个以上自变量的回归。了解应用线性回归预测法时应注意的问题。

第四章 时间序列分解法和趋势外推法

教学要点：时间序列的分解；时间序列分解模型；趋势外推法；曲线拟合优度分析

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 4.1 时间序列分解法。

§ 4.2 趋势外推法概述。

§ 4.3 多形式趋势外推法。

§ 4.4 指数曲线趋势外推法。

§ 4.5 曲线拟合优度分析。

考核要求：了解时间序列的变化受到长期趋势、季节变动和不规则变动这四个因素的影响；掌握乘法模型分解的基本步骤；理解选择合适的趋势模型是应用趋势法的重要环节，掌握图形识别和差分法是选择趋势模型的两种基本方法；理解曲线拟合优度分析。

第五章 时间序列平滑预测法

教学要点：一次移动平均法和一次指数平滑法；线性二次移动平均法和线性二次指数平滑法；布朗二次多项式（三次）指数平滑法；温特线性和季节性指数平滑法。

教学时数：6 学时

教学内容：

§ 5.1 一次移动平均法。

§ 5.2 一次指数平滑法。

§ 5.3 线性二次移动平均法。

§ 5.4 线性二次指数平滑法。

§ 5.5 布朗二次多项式（三次）指数平滑法。

§ 5.6 温特线性和季节性指数平滑法。

考核要求：理解并掌握一次、二次移动平均法和一次、二次指数平滑法；了解布朗二次多项式（三次）指数平滑法；理解温特线性和季节性指数平滑法。

第六章 平稳时间序列预测法

教学要点：ARMA 模型三种基本形式：自回归模型（AR: Auto-regressive），移动平均模型（MA: Moving-Average）和混合模型（ARMA）；时间序列的自相关分析、单位根检验和协整检验；ARMA 模型的建模。

教学时数：10 学时。

教学内容：

§ 6.1 ARMA 模型三种基本形式。

§ 6.2 时间序列的自相关分析。

§ 6.3 单位根检验和协整检验。

§ 6.4 ARMA 模型的建模。

考核要求：了解 ARMA 模型三种基本形式：自回归模型（AR: Auto-regressive），移动平均模型（MA: Moving-Average）和混合模型（ARMA）；掌握时间序列自相关分析，单位根检验和协整检验；掌握 ARMA 模型的建模方法，掌握方程求根的二分法，了解其收敛性；掌握迭代法，了解其收敛性。

第七章 马尔科夫预测法

教学要点：马尔科夫过程简介；平稳分布；马尔科夫链预测法；应用举例。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 7.1 马尔科夫过程的基本概念。

§ 7.2 平稳分布。

§ 7.3 马尔科夫链预测法。

§ 7.4 马尔科夫链的应用。

考核要求：了解马尔科夫过程的概念，特别是马尔科夫链；理解转移矩阵、平稳分布等概念；掌握马尔科夫链预测法；能够解决简单的实际问题。

第八章 预测精度测定与预测评价

教学要点：预测精度测定与预测评价。

教学时数：6 学时。

教学内容：

§ 8.1 预测精度的测定。

§ 8.2 统计预测方法的比较。

§ 8.3 预测方法的综合应用。

§ 8.4 预测结果的评价。

考核要求：理解预测精度与预测评价的方法和意义。

三、参考书

- [1] 徐国祥主编,《统计预测和决策》,上海财经大学出版社,2008年(第三版)。
- [2] 杨曾武编著,《统计预测原理》,中国财政经济出版社,1990年。
- [3] 李工农等著,《统计预测与决策及其Matlab实现》,清华大学出版社,2007年。
- [4] 洪兴建,惠琦娜著,《统计预测》,浙江工商大学出版社,2011年。